

2002 Birinci Aşama Sınav Soruları

1. $\sqrt{2000^{2002}}$ sayısının onluk sayı sisteminde yazılışında sağdan sıfırdan farklı ilk rakam nedir?

- A) 4 B) 2 C) 8 D) 6 E) 5

2. $a, b \cdot c = a + b + c$ eşitliğini sağlayan sıfırdan farklı a, b ve c rakamları için $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı neye eşittir? (Burada a, b ifadesi " a tam onda b " kesrini belirtmektedir.)

- A) 55 B) 70 C) 65 D) 60 E) 75

3. İki (farklı veya eşit) asal sayının çarpımı biçiminde gösterilebilen her sayıya "iyi sayı" diyelim. $n, k \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $n + 1, n + 2, \dots, n + k$ sayılarının her biri "iyi sayı" ise, k en fazla kaç olabilir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) k için bir üst sınır yoktur

4. Bir çember üzerinde sabit bir A noktası alalım. Çember üzerinde alınan bir B noktası için, AB kirişinin uzunluğunun yarıçap uzunluğundan büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{\pi}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her $x, y \in \mathbb{R}$ için $(f(y))^2 = \frac{1}{2}[f(x + y^2) - f(x)]$ eşitliğini sağlamaktadır. $f(1) \neq 0$ olduğuna göre, $f(2002)$ sayısı kaçtır?

- A) 1000 B) 2001 C) 1001 D) 2000 E) 2002

6. $4^{2002} + 6^{2002}$ sayısının 25 ile bölünmesinden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 4 B) 18 C) 12 D) 24 E) 2

7. 50 sayraklı bir kitabın sayfaları 1, 2, 3, \dots , 99, 100 sayıları ile numaralandırılmıştır. Bu kitaptan bir kaç sayrak koparılıp atıldıktan sonra, geriye kalan sayfaların numaralar toplamı 4946 olmuştur. Bu durumda, en fazla kaç sayrak koparılmıştır?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 7 E) 6

8. $[AB]$ doğru parçası çap olmak üzere, bir yarım çember çizilmiş ve bu yarım çember üzerinde C ve D noktaları $|AC| = |CD| = 2$ olacak biçimde alınmıştır. $|AB| = 5$ olduğuna göre, BD kirişinin uzunluğu kaçtır?

- A) 3,3 B) 3,2 C) 3,1 D) 3,4 E) 3,5

9. $\left\lfloor \frac{6x+5}{8} \right\rfloor = \frac{15x-7}{5}$ denkleminin gerçel sayılarda çözüm kümesi kaç elemanlıdır? (Burada, $\lfloor \cdot \rfloor$ tamdeğer fonksiyonudur.)

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz çoklukta

10. Kaç tane p asal sayısı için $p^2 + 11$ sayısının tam 6 tane farklı pozitif böleni vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 12 E) Sonsuz çoklukta

11. Yarıçapı 5 birim olan bir çember, yarıçapı 9 birim olan bir başka çembere A noktasında içten teğettir. Büyük çember üzerinde, $|AB| = 12$ birim olacak şekilde seçilen bir B noktasından küçük çembere çizilen teğet parçasının uzunluğu nedir?

- A) 11 B) 8 C) 9 D) 10 E) 7

12. 0, 1, 2, ..., 9999 sayıları içinde 7 ve 8 rakamlarının ikisinin de kullanıldığı kaç tane sayı vardır?

- A) 982 B) 964 C) 972 D) 974 E) 962

13. $x > 0, y > 0, z > 0$ olmak üzere, $\frac{xy^2z}{x^4 + y^4 + z^4}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

14. ABC üçgeninin $[AC]$ kenarı üzerinde bir M noktası ve $[BC]$ kenarı üzerinde bir N noktası alınmıştır. $[AN]$ ve $[BM]$ doğru parçalarının kesişim noktası O olsun. $Alan(\triangle OMA) = 1$, $Alan(\triangle OBN) = 2$ ve $Alan(\triangle OAB) = 3$ olduğuna göre, $Alan(\triangle MNC)$ nedir?

- A) 2 B) $\frac{40}{21}$ C) $\frac{20}{11}$ D) 3 E) $\frac{60}{31}$

15. Yarıçapı 2 birim olan bir çember, bir karenin iki komşu kenarına içten teğet olup, karenin sadece bir köşesinden geçmektedir. Buna göre, karenin kenar uzunluğu kaç birimdir?

- A) $2 + \sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{5}$ E) $4 - \sqrt{2}$

16. 1, 2, ..., 999, 1000 sayıları verilsin. Bu sayılardan azalan aritmetik dizi oluşturacak şekilde kaç tane sayı üçlüsü seçilebilir? (Örneğin, 3, 2, 1 ve 9, 6, 3 birer azalan aritmetik dizidir.)

- A) 245500 B) $\frac{1}{3} \binom{500}{3}$ C) 247500 D) $\frac{1}{3!} \binom{1000}{3}$ E) 249500

17. a, b, c gerçel sayıları $|a| \leq 3$, $|b| \leq 2$, $|c| \leq 1$ koşullarını sağlamak üzere, tüm $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denklemlerini düşünelim. Bu denklemlerden en az birini sağlayan pozitif gerçel sayıların en büyüğüne x_0 diyelim. x_0 sayısı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $2 < x_0 < 3$ B) $1 < x_0 < 2$ C) $0 < x_0 < 1$
D) $3 < x_0 < 4$ E) $4 < x_0 < 5$

18. Bir ABCD dikdörtgeninde [AB] kenarı üzerinde bir P noktası ve [BC] kenarı üzerinde bir N noktası, APD, PBN ve NCD üçgenlerinin alanları eşit olacak biçimde alınmıştır. Buna göre, $\frac{|AP|}{|PB|}$ oranı nedir?

- A) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5} + 2}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

19. 1'den 99'a kadar (1 ve 99 dahil) tüm tek sayıları alalım. Bu sayıların hepsinin toplamına A_1 , tüm ikişerli çarpımlar toplamına A_2 , tüm üçerli çarpımlar toplamına A_3 , ..., tüm 49-arlı çarpımlar toplamına A_{49} ve hepsinin çarpımına A_{50} diyelim. (Örneğin, a, b, c, d sayıları için ikişerli çarpımlar toplamı $ab + ac + ad + bc + bd + cd$ 'dir.) Buna göre, $A_{50} - A_{49} + A_{48} - A_{47} + \dots + A_2 - A_1$ toplamı neye eşittir?

- A) -50! B) 50! C) -1 D) 1 E) $-2^{49} \cdot 49!$

20. $\left. \begin{array}{l} x^6 + 4x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 20x^2 - 15x + 5 = 0 \\ x^5 + 2x^4 - x^3 - 5x^2 - 10x + 5 = 0 \end{array} \right\}$ denklemler sisteminin gerçel çözümü x_0 ise, $3x_0^3 + 7$ tamsayısının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 13 C) 7 D) 5 E) 16