



Akdeniz Üniversitesi
IX. ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYATI
23.04.2004
Birinci Seçme Sınavı

1. a, b ve c sayıları x^3-x-1 denkleminin kökleri ise,

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$$

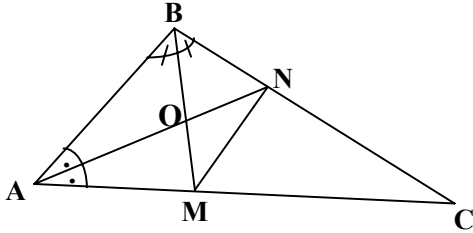
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

2. x_1 ve x_2 sayıları $[x^2]=[6-x]-\{x-111\}$ denkleminin kökleri ise, $x_1^3+x_2^3$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? ($[a]$ ifadesi, a sayısının tam kısmı olup, $\{a\}=a-[a]$ 'dır)

- A) -7 B) 9 C) -9 D) -19 E) 35

3. ABC üçgeninde, \hat{A} ve \hat{B} açılarının açıortayları $[AM]$ ve $[BN]$ 'nin kesişim noktası O olsun. $OMCN$ dörtgeni kirisler dörtgeni olduğuna göre, \hat{BMN} açısı kaç derecedir?



- A) 36 B) 30 C) 45 D) 22,5 E) 54

4. m ve n pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$(m+n)^3 = (m^2+n)(m+n^2)$$

eşitliğini sağlayan kaç tane (m,n) ikilisi vardır?

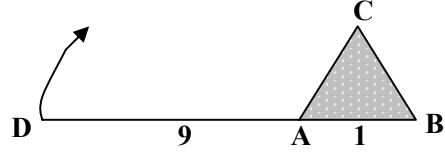
- A) 4 B) 6 C) 2 D) 10 E) 8

5. 60^{50} 'nin böleni olup, 50^{60} 'ın böleni olmayan pozitif sayıların sayısı n olsun. n sayısının 50 ile bölümünden kalan nedir?

- A) 40 B) 32 C) 35 D) 30 E) 48

6. Şekildeki ABC eşkenar üçgeni, dik prizma şeklindeki bir köpek kulübesinin üstten görünüşüdür. D, A ve B noktaları doğrusal olup, AD ipinin uzunluğu 9 metre ve ABC üçgeninin bir kenar uzunluğu 1 metredir. D noktasında AD ipine bağlanmış bir köpek saat yönünde koşmaya başlıyor. İp, her

anda gergin olmak koşuluyla, kulübeye tamamen dolandığında, köpek toplam kaç metre koşmuş olur?



- A) 27π B) 28π C) 30π D) 32π E) 33π

7. 3×3 karelik bir tahtanın her karesine bir tamsayı yazılıyor. Eğer her satır ve her sütundaki sayıların çarpımı 7 veya (-7) 'ye eşitse, böyle yazılışa "iyi yazılış" diyelim. Kaç farklı "iyi yazılış" vardır?

- A) 1152 B) 1536 C) 3072 D) 3600 E) 2510

8. Düzlemde 10 tane nokta verilmiştir. Köşeleri bu noktalarda olan üçgenlerin sayısı 118 olduğuna göre, bu noktaların en az ikisinden geçen farklı doğru sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 45 C) 41 D) 36 E) 43

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x^2-1)} + \sqrt[3]{(x-1)^2}}$

olmak üzere, $f(1) + f(2) + \dots + f(124) + f(125) = A$ denirse, $2A - 4$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{123}$ B) $\sqrt[3]{125}$ C) $\sqrt[3]{124}$ D) $\sqrt[3]{127}$ E) $\sqrt[3]{126}$

10. f ve g fonksiyonları her $x,y \in \mathbf{R}$ için

$$2f(x) + g(x) + 3f(\sqrt[3]{y}) - g(\sqrt[3]{y}) = \sqrt[3]{y^2} + 3\sqrt[3]{x}$$

eşitliğini sağlamaktadır. $f(8)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 12 B) 13 C) 10 D) 14 E) 15

11. $x^7 + 5x - 3 = 0$ denkleminin 7 tane kökü olduğuna göre, bu köklerin 7. kuvvetlerinin toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 28 C) 35 D) 42 E) 49

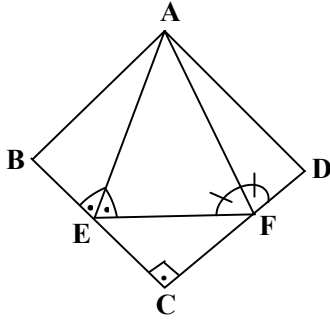
12. $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ doğal sayılar kümesi olmak üzere, $f: N \rightarrow N$ fonksiyonu veriliyor. $f(1)=1$ ve her n için $f(1) + f(2) + \dots + f(n)$ toplamı, n 'den büyük olmayan bir doğal sayının küpü olduğuna göre, $f(5)$ 'in 7 ile bölümünden kalan nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. 8×8 karelik bir satranç tahtasında, bu karelerle oluşturulan ve alanı çift sayı olan dikdörtgenlerin sayısı kaç tanedir? (Bir karenin alanı 1 br^2 'dir)

- A) 400 B) 512 C) 648 D) 896 E) 972

14. Aşağıdaki şekilde; $ABCD$ kirişler dörtgeni, $m(\hat{AEB}) = m(\hat{AFD})$, $m(\hat{AEB}) = m(\hat{AFD})$ ve $m(\hat{ECF}) = 90^\circ$ 'dir. Bu dörtgende $|BC| = |CD|$, $|BE| = 2$ birim ve $|CF| = 2,5$ birim olduğuna göre, $|BC|$ kaç birimdir?



- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{17}{6}$ D) 3 E) $\frac{15}{4}$

15. 2004 basamaklı bir sayının herhangi komşu iki rakamının oluşturduğu sayı, üç farklı asal sayının çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. Bu sayının son basamağı nedir?

- A) 0 B) 2 C) 5 D) 4 E) 6

16. n , pozitif bir tamsayı ve p , tamsayı olmayan bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$p^2 = \frac{(2n)!}{2000}$$

eşitliğini sağlayan kaç tane pozitif p sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz

17. a_1, a_2, \dots, a_{100} tamsayıları için

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 1001^{1001}$$

eşitliği sağlandığına göre, $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{100}^3$ sayısının 6 ile bölümünden kalan nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. İki kenarortayından birinin uzunluğu 6 br , diğerinin uzunluğu 9 br olan bir üçgenin alanı en fazla kaç br^2 olabilir?

- A) 33 B) 32 C) 34 D) 36 E) 39

19. x, y ve n pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$1 < \frac{x}{y} < 2 \text{ ve } 2 < \frac{y}{n} < 3$$

koşullarını sağlayan (x, y) ikililerinin sayısı 99 olduğuna göre, n sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 6 D) 9 E) 8

20. Hacmi 27 br^3 olan dikdörtgenler prizması şeklinde kapalı bir kutu yapılacak ve her yüzü farklı boyalarla boyanacaktır. Boyaların birimkareye düşen maliyetleri, sırasıyla, $1, 1, 2, 2, 3$ ve 5 TL 'dir. Toplam boyama maliyeti en düşük olacak şekilde bir kutu yapıldığında, bu kutunun boyama maliyeti kaç TL olur?

- A) 108 B) 126 C) 170 D) 96 E) 81

Yanıtlar:

1.C 2.D 3.B 4.A 5.A 6.C 7.C 8.C 9.E 10.D 11.A 12.E 13.D
14.B 15.E 16.B 17.E 18.D 19.B 20.A