



**XI. ULUSAL ANTALYA  
MATEMATİK  
OLİMPİYADI  
BİRİNCİ AŞAMA SINAV  
SORULARI**

**A**

**8 Nisan 2006**

1.  $n$  pozitif tamsayısının kaç farklı değeri için,  $(n - 210)$  ve  $(n + 210)$  sayılarının ikisi de bir tam karedir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) En az 5

2.  $2 \leq |x| + |3y| \leq 9$  eşitsizliğini sağlayan kaç tane  $(x, y)$  tamsayı ikilisi vardır?  
A) 64 B) 62 C) 56 D) 60 E) 58

3. Bir  $\triangle ABC$  üçgeninde  $s(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ ,  $s(\widehat{CAB}) = 45^\circ$  olup,  $D$  noktası  $BC$  kenarının orta noktasıdır. Buna göre,  $\widehat{ADC}$  açısı kaç derecedir?  
A)  $36^\circ$  B)  $40^\circ$  C)  $45^\circ$  D)  $50^\circ$  E)  $60^\circ$

4.  $x^4 - x^3 - 24x^2 + 2x + 4 = 0$  denklemini sağlayan  $x$  reel sayıları için  $\left(x - \frac{2}{x}\right)$  ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?  
A) -4 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

5.  $x > 1$  reel sayısı için  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$  olduğuna göre,  $x^5 - \frac{1}{x^5}$  sayısı aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 369 B) 336 C) 363 D) 339 E) 393

6.  $x$  reel sayısının tam kısmı  $[x]$  ve kesir kısmı da  $\{x\} = x - [x]$  olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x \cdot [x] \cdot \{x\}$$

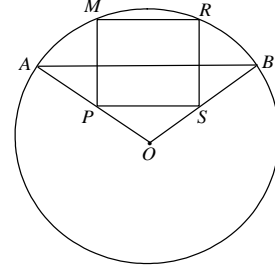
fonksiyonu veriliyor.

$$S = f(1, 2) + f(2, 2) + f(3, 2) + \dots + f(m, 2)$$

toplamının bir tamsayı olması için  $m$ 'nin alabileceği en küçük değer nedir?

A) 100 B) 125 C) 200 D) 250 E) 400

7.



Şekilde, merkezi  $O$  noktasında ve yarıçapı  $\sqrt{5}$  cm olan çemberin  $AB$  kirişinin uzunluğu 4 cm'dir.  $PMRS$  karesinin  $P$  köşesi  $OA$  üzerinde,  $S$  köşesi  $OB$  üzerinde,  $M$  ve  $R$  köşeleri de  $\widehat{AB}$  yayı üzerindedir.  $PMRS$  karesinin alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir.

A)  $\frac{80}{29}$  B)  $\frac{16\sqrt{5}}{21}$  C)  $\frac{40}{17}$  D)  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$  E)  $\frac{16}{9}$

8. 5'lerin sayısı 2'lerin sayısından fazla olması koşuluyla; 2, 3 ve 5 rakamlarıyla oluşturulan 11 basamaklı sayılardan kaç tanesi 18 ile tam bölünür?

A) 360 B) 375 C) 390 D) 405 E) 425

9. Bir kırtasiyede yedi farklı uzunlukta cetvel türü bulunuyor. Herhangi iki cetvel için, uzunlukları toplamı bu iki cetvelin uzunlukları toplamına eşit olan başka iki cetvel daha bulunuyorsa, kırtasiyede en az kaç cetvel vardır?

A) 12 B) 15 C) 13 D) 14 E) 28

10.  $x > 0$  olmak üzere,

$$x^7 + 7 \cdot \frac{a^{88}}{x}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $7 \cdot a^{88}$  B)  $8 \cdot a^{88}$  C)  $8 \cdot a^{77}$   
D)  $7 \cdot a^{77}$  E)  $8 \cdot a^{44}$

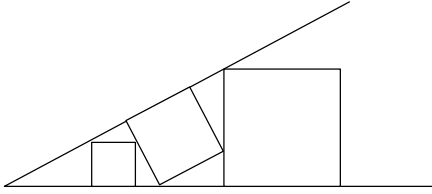
11.  $x$  ve  $y$  pozitif tamsayılar olmak üzere,  
 $20 : 18 : 16 : 14 : 12 : 10 : x : y = 1$   
denkleminde parantezler unutulmuştur. Parantezleri uygun biçimde yerleştirerek,  $x + y$  'nin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

- A) 23 B) 13 C) 17 D) 14 E) 10

12.  $x + y = a^5 - 3a^2$  ve  $x \cdot y = 144a^4$  denklem sisteminin pozitif reel sayılarda çözümünün varlığı için  $a$  sayısı en az kaç olmalıdır?

- A) 3 B)  $\sqrt{5}$  C)  $2\sqrt{2}$  D) 4 E) 2

13.



Bir açı içine üç kare şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Küçük karenin kenar uzunluğu  $a$  ve büyük karenin kenar uzunluğu  $b$  ise, ortadaki karenin kenar uzunluğu nedir?

- A)  $\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}\right)^2$  B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}(a + b)$  C)  $\sqrt{ab}$   
D)  $\frac{a + b}{2}$  E) Veriler yetersizdir

14.  $a$  ve  $b$  pozitif tamsayılar olmak üzere, 2006 'dan küçük olup,

$$\frac{a \cdot b - 2006}{a + b}$$

şeklinde gösterilebilen kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 1002 D) 1003 E) 2005

15.  $a_n = n^2 + 5$ , ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) dizisi verilsin. Her  $n$  için  $a_n$  ve  $a_{n+1}$  sayılarının OBEB 'i  $d_n$  ile gösterilsin.  $d_n$  'nin alabileceği en büyük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15 B) 30 C) 25 D) 27 E) 21

16.  $a_{11} = 0$  ve  $a_{14} = 21$  olmak üzere,

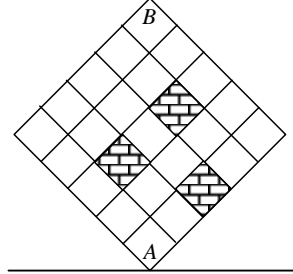
$$A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$$

reel sayı dizisi için,  $A^*$  dizisi;

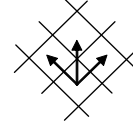
$A^* = (a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, \dots, a_{n+1} - a_n, \dots)$   
şeklinde tanımlanıyor.  $(A^*)^*$  dizisinin tüm terimleri 1 'e eşitse,  $a_1$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -5 B) -2 C) 0 D) 3 E) 7

17.



$A$  karesinde bulunan bir karınca, şekildeki gibi,



sadece üç yönde hareket edebilmektedir. Taralı karelerden geçmemek koşuluyla, karınca  $B$  karesine kaç farklı yoldan ulaşabilir?

- A) 80 B) 24 C) 64 D) 16 E) 40

18. Bir  $\triangle ABC$  üçgeninde  $AD$  doğru parçası  $\hat{A}$  açısının açıortayı olup,

$$5 \cdot s(\hat{A}) = 2 \cdot s(\hat{C}) \text{ ve } |AC| - |CD| = |AB| \text{ 'dir.}$$

Buna göre,  $19 \cdot s(\hat{A})$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $190^\circ$  B)  $280^\circ$  C)  $360^\circ$  D)  $380^\circ$  E)  $570^\circ$

19.  $x^3 - y^3 = 2y^2 + 1$  denkleminin tamsayılarda kaç çözümü vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Sonsuz çoklukta

20.  $-2 \leq x \leq 3$ ,  $-1 \leq y \leq 1$  ve  $-1 \leq z \leq 1$  olmak üzere, tüm  $(x, y, z)$  tamsayı üçlülerini gözönüne alalım. Bir  $(x, y, z)$  üçlüsü için  $x$ ,  $y$  ve  $z$  'nin en büyüğü ile en küçüğünün toplamına bu üçlünün "gücü" diyelim. Örneğin,  $(3, -1, 0)$  'ın gücü  $3 + (-1) = 2$  'dir. Yukarıdaki gibi oluşturulan tüm üçlülerin "güçler" toplamı nedir?

- A) 0 B) 12 C) 17 D) 23 E) 27

## YANITLAR

1-D 2-E 3-C 4-D 5-E 6-B 7-A 8-D 9-B 10-C 11-B  
12-A 13-C 14-E 15-E 16-A 17-A 18-C 19-B 20-D