



**XII. ULUSAL ANTALYA
MATEMATİK OLİMPİYATI
BİRİNCİ AŞAMA SINAV SORULARI**



A

7 Nisan 2007

A

1. xoy koordinat sisteminde $1 \leq x \leq 4$, $1 \leq y \leq 4$ olmak üzere, köşeleri tamsayı koordinatlı (x, y) noktalarında bulunan kaç üçgen vardır?

A) 528 B) 520 C) 516 D) 560 E) 544

2. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 24$ ve $x^2 - xy + y^2 = 6$ eşitliklerini sağlayan x ve y reel sayıları için $|x^3 + y^3|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{2}$

3. $(y - x)(y + x) = 51 + 6y$ denkleminin tamsayılarda kaç tane (x, y) çözümü vardır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $a_1 = 1$, $a_2 = a_1 + (1 + 2)$, $a_3 = a_2 + (1 + 2 + 3)$, ..., $a_n = a_{n-1} + (1 + 2 + \dots + n)$, ... olmak üzere, $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{40}, a_{41}\}$ kümesini oluşturalım. A kümesinden, toplamları çift sayı olan iki eleman kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 410 B) 430 C) 470 D) 490 E) 510

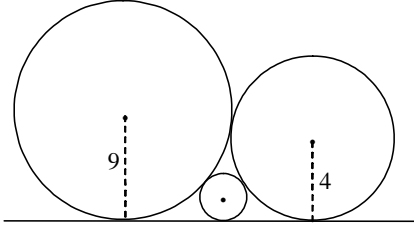
5. $x^{999} - x^{666} + x^{111}$ polinomunun $x^2 - x + 1$ polinomuna bölünmesiyle elde edilen bölümün, tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 2 C) 4 D) -2 E) -4

6. $A = \frac{3^4 + 3^2 + 1}{3^7 - 3} + \frac{4^4 + 4^2 + 1}{4^7 - 4} + \dots + \frac{10^4 + 10^2 + 1}{10^7 - 10}$ olmak üzere, $A + \frac{1}{220}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{14}$

7.



Şekilde, bir doğruya teğet olan üç çember birbirine dıştan teğettir. Büyük çemberlerin yarıçapları 4 ve 9 birim olduğuna göre, küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{18}{11}$ C) $\frac{18}{13}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{36}{25}$

8. $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ sayıları $(50!)^2$ sayısının tüm asal çarpanları olsun. $(50!)^2$ sayısının en büyük tek çarpanına bölümünden elde edilen sayı m olmak üzere,

$$n \cdot p_1^{100!} + (n-1) \cdot p_2^{100!} + \dots + 2 \cdot p_{n-1}^{100!} + 1 \cdot p_n^{100!}$$

toplamının m ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 120 D) 15 E) 105

9. Bir sayı kümesinin elemanlarının toplamına bu kümenin "ağırlığı" diyelim. Örneğin, $\{3, 5, 7\}$ kümesinin "ağırlığı" $3+5+7 = 15$ 'tir. $\{1, 3, 5, \dots, 17, 19\}$ kümesinin tüm altkümelerinin "ağırlıkları" toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

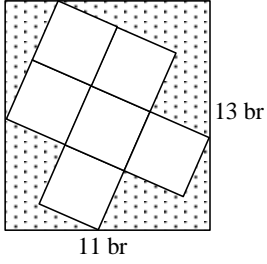
A) 51200 B) 97280 C) 41472
D) 102400 E) 25600

10. $x + y = 2(\sqrt{x+3} + \sqrt{y+4})$ eşitliğini sağlayan reel x ve y sayıları için, $\sqrt{x+3} + \sqrt{y+4}$ toplamının alabileceği en büyük değer nedir?

A) $2 + 3\sqrt{2}$ B) $8 - 5\sqrt{3}$ C) $2 + 4\sqrt{6}$
D) $5 - 2\sqrt{3}$ E) $3 + 3\sqrt{2}$

11. Bir düzlem üzerindeki 20 doğru ve 1 çember bu düzlemi en fazla kaç parçaya bölebilir?

A) 241 B) 251 C) 261 D) 271 E) 281



12. 11×13 dikdörtgeni içine, altı tane eş kare şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 62 B) 64
C) 65 D) 68 E) 75

13. a, b, c, d pozitif tamsayılar ve $c > 7, d > 7$ olmak üzere, $a - 25 = c \cdot d$ ve $37a + 76 = b \cdot d$ eşitliklerini sağlayan en küçük a sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. a_1, a_2, \dots, a_{50} farklı pozitif sayılar olsun. $i \neq j$ olmak üzere, en az kaç tane farklı $a_i + a_j$ toplamı elde edilebilir?

- A) 95 B) 97 C) 99 D) 101 E) 105

15. Bir $\triangle ABC$ dik üçgeninde $[AB]$ ve $[BC]$ dik kenarları, $|AB| > |BC|$ eşitsizliğini sağlasın. B 'den $[AC]$ ye indirilen dikme, $[AC]$ yi H noktasında kessin. $[AB]$, $[BC]$ ve $[BH]$ parçalarından bir diküçgen oluşturmak mümkünse, $\frac{|AH|}{|HC|}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3} + 1$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2} + 1$ C) $\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

16. $A = 1!(1^2 + 3 \cdot 1 + 1) + 2!(2^2 + 3 \cdot 2 + 1) + \dots + 222!(222^2 + 3 \cdot 222 + 1)$ toplamının 2007'ye bölümünden elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 3 C) 1003 D) 2004 E) 2006

17. $a, b, c, d, e \in \{0, -1\}$ olmak üzere,
 $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e$

şeklindeki tüm sayıların toplamı sadeleşmeyen kesir biçiminde yazıldığında, bu kesirin payı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1151 B) 1152 C) 1153 D) 1154 E) 1155

18. Bir x reel sayısı için, $[x]$ ile, x 'ten büyük olmayan ve x 'e en yakın tamsayıyı; $[x]^*$ ile de, x 'ten küçük olmayan ve x 'e en yakın tamsayıyı gösterelim. (Örneğin, $[5,3] = 5$ ve $[5,3]^* = 6$ 'dır.) Buna göre,

$$\sum_{k=1}^{100} \left([\sqrt{k}] + [\sqrt{k}]^* \right)$$

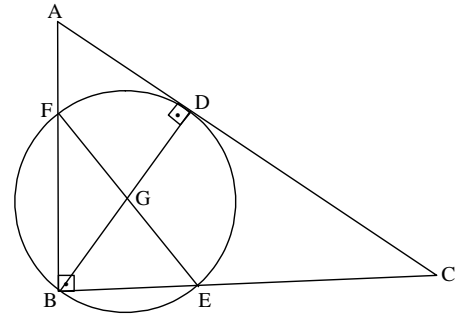
toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1300 B) 1310 C) 1320 D) 1330 E) 1340

19. 3, 5 ve 7 rakamları yardımıyla oluşturulan tüm 10 basamaklı sayıların kaç tanesinde yanyana gelen üç rakamın toplamı 3'e bölünmez?

- A) 1024 B) 1536 C) 2304 D) 3456 E) 7776

20.



Bir $\triangle ABC$ dik üçgeninde B köşesinden $[AC]$ hipotenüsüne indirilmiş $[BD]$ yüksekliğini çap kabul eden çember, $[BA]$ kenarını F noktasında ve $[BC]$ kenarını da E noktasında kessin. $[BD]$ ve $[EF]$ nin kesişim noktası G olsun. $|BG|^2 = |BE| \cdot |BF|$ eşitliği sağlanıyorsa, $\triangle ABC$ üçgeninin dar açılarının büyüğü kaç derecedir?

- A) 54 B) 60 C) 72 D) 75 E) 81

Sınav Süresi 150 dakikadır.
BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

1. C 2. A 3. E 4. D 5. B 6. D 7. E 8. E 9. A 10. A
11. B 12. C 13. D 14. B 15. C 16. D 17. B 18. E 19. C 20. D