



XIII. ULUSAL ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYADI
BİRİNCİ AŞAMA SINAV SORULARI



A

12 Nisan 2008

A

1. Altı basamaklı $x = abcabc$ ve dört basamaklı $y = d00d$ sayıları için, $\sqrt{x+y}$ tamsayı olacak biçimde kaç tane (x, y) ikilisi vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $ABCD$ yamuğunda $BC \parallel AD$, $|BC| = 2$, $|AD| = 7$, $|AC| = 5$ ve $|BD| = 6$ 'dir. Yamuğun alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\sqrt{10}$ B) 12 C) $7\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{10}$ E) $10\sqrt{2}$

3. $n = 1 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{10^2} + 3 \cdot 10^{10^3} + \dots + 9 \cdot 10^{10^9} + 10 \cdot 10^{10^{10}}$ sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $a_1 = 2$ ve $a_2, a_3, \dots, a_9, a_{10}$ sayıları $\{0, 1\}$ kümesinin elemanları olmak üzere, $a_1 a_2 \dots a_9 a_{10}$ on basamaklı sayılarını düşünelim. Bu sayıların kaç tanesi için,

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$ eşitliği sağlar?

- A) 68 B) 72 C) 84 D) 88 E) 96

5. $\frac{x}{y} + 4\frac{y}{x} = 2$ eşitliğini sağlayan x ve y değerleri için, $\frac{x^3}{y^3}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) -8 C) 64 D) -64 E) 27

6. $f(x) = \frac{1}{4^x + 2}$ fonksiyonu verilsin. 1111'den küçük ve 1111 ile aralarında asal olan pozitif k tamsayıları için,

$$a_k = f\left(\frac{k}{1111}\right) + f\left(\frac{1111-k}{1111}\right)$$

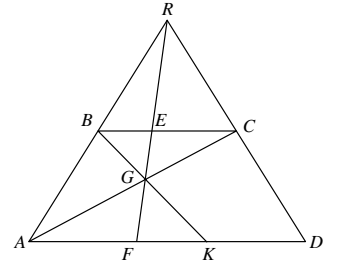
sayılarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 500 B) 800 C) 600 D) 400 E) 1000

7. $ABCD$ yamuğunun AD tabanı üzerinde bir K noktası alınsın. BK ve AC doğrularının kesişim noktası G olmak üzere, RG doğrusu ile AD 'nin kesişim noktasına F diyelim.

$\frac{|AF|}{|FD|} = \frac{4}{11}$ ise, $\frac{|FK|}{|AF|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{4}{11}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{7}{11}$



8. $A = 2^{1001} + 3^{1001} + 4^{1001} + \dots + 2000^{1001} + 2001^{1001}$ sayısının 77 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 75 E) 76

9. Aralarındaki uzaklık 999 km olan A ve B noktaları arasında, bu noktalar dahil, her 1 km'lik mesafede A'dan ve B'den olan uzaklığı gösteren tabelalar konmuştur. Böylece, 1000 tabela üzerinde aşağıdaki şekilde sayılar yazılmıştır :

0	999
---	-----

,

1	998
---	-----

,

2	997
---	-----

, ...,

998	1
-----	---

,

999	0
-----	---

Bu tabelaların kaç tanesinde yazılmış sayılarda sadece iki farklı rakam kullanılmıştır? (Örneğin,

722	277
-----	-----

 tabelasında sadece iki rakam kullanılmıştır: 2 ve 7).

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

10. 10 özdeş kalem, 5 farklı kutuya, kutulardan en fazla ikisi boş kalacak biçimde, kaç farklı şekilde paylaşılabilir?

- A) 360 B) 546 C) 486 D) 780 E) 906

11. 5×7 dikdörtgeni satranç tahtasında olduğu gibi, 1×1 karelere (birim karelere) bölünmüştür. Bir veya birkaç birim kareden oluşan tüm dikdörtgenleri düşünelim. Bu dikdörtgenlerin alanlar toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2940 B) 2960 C) 2860 D) 2980 E) 2890

12. Yazı tahtasında yazılmış bir sayı için, her hamlede bu sayı silinip onun yerine karesi ya da iki katı yazılıyor. Başlangıçta, tahtaya 1 yazılmışsa, 2^{111} sayısını elde etmek için en az kaç hamle yapmak gerekir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 18

13. $(x + x^2 + x^3) + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = 28$ eşitliğini sağlayan x reel sayısı için $(2x - 3)^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $a > 0, b > 0$ ve $c \in [0, 7]$ için,

$$(a + b) \left(\frac{1}{ca + b} + \frac{1}{cb + a} \right)$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

15. $|x| < 1$ için $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1 - x}$ formülünden yararlanarak,

$$2\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^5 + 5\left(\frac{1}{2}\right)^7 + 6\left(\frac{1}{2}\right)^9 + 7\left(\frac{1}{2}\right)^{11} + \dots$$

sonsuz toplamını hesaplayınız.

- A) $\frac{11}{9}$ B) $\frac{13}{9}$ C) $\frac{14}{9}$ D) $\frac{16}{9}$ E) $\frac{17}{9}$

16. Bir üçgenin kenarortaylarının uzunlukları 15, 18 ve 21 olsun. Bu üçgenin alanını bulunuz.

- A) $70\sqrt{3}$ B) $72\sqrt{12}$ C) $70\sqrt{6}$ D) $72\sqrt{6}$ E) $70\sqrt{2}$

17. n doğal sayısının kaç tane değeri için,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 9 \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = 1 \end{cases}$$

denklem sisteminin pozitif reel sayılarda çözümü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) Sonsuz çoklukta

18. \mathbb{Q} rasyonel sayılar kümesi olmak üzere, $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ fonksiyonu, her $x, y \in \mathbb{Q}$ için

$$f(x + y) - 10 = f(x) + f(y) \text{ ve } f(1) = 1$$

eşitliklerini sağlasın. Buna göre, $f\left(\frac{10}{11}\right)$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. $x_1 = 10\sqrt{5}$ olmak üzere, (x_n) dizisi

$$x_n(x_{n+1} - x_n) = 10$$

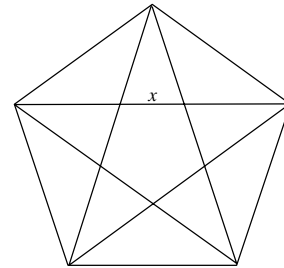
bağıntısı ile tanımlansın. x_{101} teriminin tamdeğeri aşağıdakilerden hangisidir?

(Not : Bir reel sayının tamdeğeri, o sayıyı aşmayan en büyük tamsayıdır.)

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

20. Kenar uzunluğu 1 olan düzgün beşgenin köşegenleri keşişerek, bu beşgenin içinde küçük bir düzgün beşgen oluşturuyorlar. Küçük beşgenin kenar uzunluğuna x denilirse, $(2x - 3)^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



1. B 2. E 3. C 4. C 5. B 6. A 7. B 8. E 9. D 10. E
11. A 12. C 13. D 14. B 15. C 16. D 17. B 18. A 19. A 20. D