



XIV. ULUSAL ANTALYA MATEMATİK  
OLİMPİYATI  
BİRİNCİ AŞAMA SINAV SORULARI



A

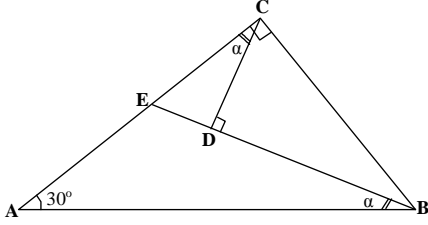
11 Nisan 2009

A

1.  $A = \{-1, -2, -3, \dots, -97, -98\}$  kümesinin, boş olmayan her alt kümesi için, bu alt kümenin elemanlarının çarpımını hesaplayalım. Ortaya çıkan tüm çarpımların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D)  $98! - 97!$  E)  $98! - 1$

2.



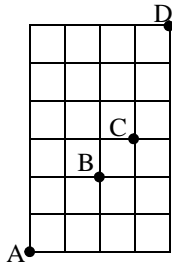
Şekildeki  $\triangle ABC$  dik üçgeninde  $m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$ ,  $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$  ve  $m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{EBA})$  dir.  $CD \perp BE$  ve  $|AC| = 9$  birim ise  $|AE|$  uzunluğu kaç birimdir?

- A) 5 B)  $5\sqrt{3}$  C) 6 D)  $6\sqrt{2}$  E) 7

3.  $b$  ve  $c$  pozitif tamsayılar olmak üzere, kaç  $(b, c)$  ikilisi için  $x^2 - bx - c = 0$  denkleminin kökleri 5'ten büyük değildir?

- A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

4. Şekilde, 6 satır ve 4 sütunu olan tablonun sol alt köşesinden ( $A$  noktasından) sağ üst köşesine ( $D$  noktasına), çizgiler üzerinde sağa veya yukarıya hareket edilerek gidilecektir.  $B$  ve  $C$  noktalarının en az birinden geçmek koşuluyla, kaç farklı yol izlenebilir?



- A) 118 B) 124 C) 122 D) 130 E) 132

5.  $p$  bir asal sayı ve  $x > 0$ ,  $n \geq 0$  tamsayılar olmak üzere,  $n^2 \cdot p < 1000$  ise,

$$n^2 + 100 \cdot \frac{x}{p} = (n + x)^2$$

denkleminin kaç tane  $(x, n, p)$  çözüm üçlüsü vardır?

- A) 25 B) 30 C) 32 D) 33 E) 35

6.  $n$  sayısı 3 ile,  $n+1$  sayısı 7 ile ve  $n+2$  sayısı da 11 ile tam bölünecek şekilde en küçük  $n$  pozitif tamsayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 10 C) 9 D) 11 E) 12

7.  $\triangle ABC$  dar açılı üçgeninde  $m(\widehat{C}) = 45^\circ$  'dir.  $A$ 'dan  $BC$ 'ye indirilmiş dikmenin ayağı  $E$  ve  $B$ 'den  $AC$ 'ye indirilmiş dikmenin ayağı da  $D$  olsun. Eğer  $|CE| = 4$  ve  $|EB| = 3$  birim ise,  $|DE|$  uzunluğu kaç birimdir?

- A)  $\frac{4}{\sqrt{2}}$  B)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  C)  $\frac{6}{\sqrt{2}}$  D)  $\frac{7}{\sqrt{2}}$  E) Veriler Yetersizdir.

8.  $n$  bir pozitif tamsayı olmak üzere,  $a = \frac{n(n+1)}{2}$  biçimindeki sayıya bir üçgensel sayı denir. Buna göre,  $a - b = 90$  eşitliğini sağlayan kaç tane  $(a, b)$  üçgensel sayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9.  $\triangle ABC$  üçgeninin kenar uzunlukları tamsayılar olup,  $|AC| = 117$  birimdir.  $m(\widehat{BAC})$  açısının açıortayının  $BC$  kenarı ile kesişim noktası  $D$  olsun. Eğer  $|AB| = |DC|$  ise, üçgenin  $AB$  kenarının uzunluğunun rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 13 D) 12 E) 16

10.  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  fonksiyonu her  $x, y \in \mathbb{Z}$  için

$$f(f(x) + y) - f(y + 7) = x$$

eşitliğini ve  $f(2) = 5$  koşulunu sağlasın. Bu durumda,  $f(11)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 7

11.  $a < b < c$  sayıları için  $a + c = 2b$  olursa,  $(a, b, c)$  üçlüsüne "aritmetik üçlü" diyelim.  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  kümesinin elemanlarıyla oluşturulabilen tüm aritmetik üçlüler sayısının 99'dan büyük olması için  $n$  tek sayısı en az kaç olmalıdır?

- A) 21 B) 17 C) 19 D) 15 E) 23

12. Yükseklikleri,  $h_a \geq 3$ ,  $h_b \geq 4$  ve  $h_c \geq 6$  eşitsizliklerini sağlayan üçgenler içinde alanı en küçük olan üçgenin alanı kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 14 E) 15

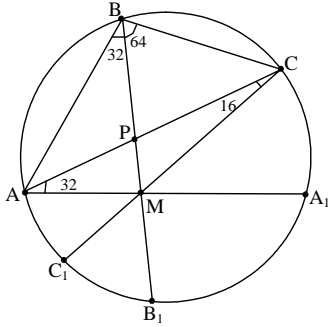
13.  $[1, \infty)$  aralığından alınmış kaç tane  $x$  için

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x}} < \sqrt{x + 1} - 1$$

eşitsizliği sağlanmaz?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz çoklukta

14.



Şekilde,  $A, B, C, A_1, B_1$  ve  $C_1$  noktaları bir çember üzerinde olup,  $M$  noktası  $AA_1, BB_1, CC_1$  doğru parçalarının kesişim noktasıdır. Eğer  $m(\widehat{CBB_1}) = 64^\circ$ ,  $m(\widehat{ACC_1}) = 16^\circ$  ve  $m(\widehat{ABB_1}) = m(\widehat{CAA_1}) = 32^\circ$  ise,  $m(\widehat{APM})$  açısı kaç derecedir?

- A) 70 B) 72 C) 74 D) 76 E) 78

15.  $x > 0$  ve  $y > 0$  olmak üzere,

$$9x + 64y + \frac{1}{x^2y}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 22 E) 30

16.  $n^2 + 1001 \cdot n$  ifadesini tam kare yapan en büyük  $n$  pozitif tamsayısının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

$$17. A = \frac{\sqrt{1^2 \cdot 3^2 + 8 \cdot 1^2 - 1}}{1 \cdot 3} + \frac{\sqrt{3^2 \cdot 5^2 + 8 \cdot 3^2 - 1}}{3 \cdot 5} + \frac{\sqrt{5^2 \cdot 7^2 + 8 \cdot 5^2 - 1}}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{\sqrt{23^2 \cdot 25^2 + 8 \cdot 23^2 - 1}}{23 \cdot 25}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 12,12 B) 12,24 C) 12,32 D) 12,48 E) 12,54

18.  $4x^4 - 20x^3 + 17x^2 + 22x - 2 = 0$  denkleminin köklerinden ikisinin çarpımı  $-2$  ise, bu iki kökün kareler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

19. 1'den 9'a kadar rakamların her birinin tam bir kez bulunduğu tüm dokuz basamaklı sayıları düşünelim. 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarının artan sırada bulunup da 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 rakamlarının artan sırada bulunmadığı sayılara iyi sayılar diyelim. Örneğin,  $8 \underline{1} 7 \underline{2} \underline{3} \underline{4} 9 \underline{5} \underline{6}$  ve  $9 \underline{7} \underline{1} \underline{2} \underline{3} 8 \underline{4} \underline{5} \underline{6}$  sayıları birer iyi sayılardır. Kaç tane iyi sayı vardır?

- A) 372 B) 396 C) 414 D) 432 E) 456

20.  $\sqrt{7x - 8} + \sqrt[3]{9 - 7x} = 1$  denkleminin reel çözümlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{30}{7}$  B)  $\frac{31}{7}$  C)  $\frac{32}{7}$  D)  $\frac{33}{7}$  E)  $\frac{34}{7}$

**CEVAP ANAHTARI** 1.A 2.C 3.E 4.C 5.D 6.E 7.B 8.D 9.B 10.A 11.A 12.C 13.B 14.C 15.A 16.B 17.D 18.D 19.D 20.E