

2010 Birinci Aşama Sınav Soruları

1. $3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} \right) = 1$ denkleminin pozitif tamsayılarda kaç (x, y) çözüm ikilisi vardır?

- A) 2 B) 6 C) 4 D) 8 E) Sonsuz çoklukta

2. $20!$ sayısının sonundaki tüm sıfırlar atılırsa, son rakam ne olur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. En fazla 5, 6, 7 ve 13 kalem alabilen 4 kalemlige 24 özdeş kalem kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

- A) 114 B) 115 C) 117 D) 118 E) 120

4. 50^{20} sayısının farklı pozitif bölenlerinin çarpımının sonunda kaç 0 vardır?

- A) 17200 B) 17220 C) 8600 D) 8630 E) 8610

5. Ahsen, hesap makinesinde yazdığı bir sayı, 2'den küçük olana kadar $\sqrt{\quad}$ (karekök) tuşuna basıyor. Ahsen, bu işlemi, 1 ile 2010 (1 ve 2010 dahil) arasındaki sayıların kaçında tuşa çift sayıda basarak yapar?

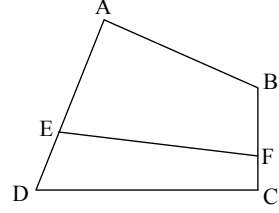
- A) 1765 B) 1766 C) 1767 D) 1768 E) 1769

6. Birbirinden farklı olması gerekmeyen ve toplamları 1350 olan 23 pozitif tam sayının EKOK'unun alabileceği en küçük değerın rakamları toplamı nedir?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 6 E) 5

7. Şekilde $|AB| = 13$, $|DC| = 17$, $|AE| = 3|ED|$ ve $|BF| = 3|FC|$ olduğuna göre, $|EF|$ uzunluğunun alabileceği tamsayı değerlerinin sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



8. $p \neq 0$ olmak üzere, a, b ve c sayıları $x^3 + px + 1 = 0$ denkleminin kökleri olsunlar.

$$A = \frac{a-2}{a+1} + \frac{b-2}{b+1} + \frac{c-2}{c+1}$$

ise, A 'nın p cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{9}{p}$ B) $-\frac{3}{p}$ C) $-\frac{12}{p}$ D) $\frac{3}{p}$ E) $\frac{9}{p}$

9. $S = \frac{10}{10^4+10^2+1} + \frac{11}{11^4+11^2+1} + \frac{12}{12^4+12^2+1} + \dots + \frac{100}{100^4+100^2+1}$ ise, $2S + \frac{1}{10101}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{259}$ B) $\frac{1}{39}$ C) $\frac{1}{111}$ D) $\frac{1}{91}$ E) $\frac{1}{101}$

10. a ve b pozitif sayılar olmak üzere,

$$a_1 = \frac{1}{a}, a_2 = a_1 + 1, a_3 = a_1 a_2 + 1, \dots, a_{100} = a_1 a_2 \dots a_{99} + 1$$

ve $a_1 a_2 \dots a_{99} a_{100} = \frac{1}{b}$ ise,

$$A = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{100}}$$

toplamının a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) $2a + b$ C) $2a - b$ D) $a - b$ E) $a - 2b$

11. $1, 2, 3, \dots, 50$ sayıları içinde $x^{14} - 3 \equiv 0 \pmod{13}$ denklemini sağlayan kaç sayı bulunur?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

12. $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \rangle$ gösterimi

$$\frac{a_1}{5} + \frac{a_2}{5^2} + \frac{a_3}{5^3} + \frac{a_4}{5^4} + \frac{a_5}{5^5}$$

toplamını ifade etmektedir. a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 rakamları $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinden seçilmek üzere, tüm $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \rangle$ sayılarının oluşturduğu kümenin elemanları büyükten küçüğe sıralanıyorlar. Buna göre, baştan 2222. sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\langle 1, 0, 1, 2, 3 \rangle$ B) $\langle 1, 1, 2, 1, 0 \rangle$ C) $\langle 2, 1, 1, 0, 2 \rangle$ D) $\langle 1, 1, 1, 3, 0 \rangle$ E) $\langle 1, 2, 1, 0, 3 \rangle$

13. $\frac{\sqrt{1 \cdot 2}}{2009} + \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{2009} + \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{2009} + \dots + \frac{\sqrt{2009 \cdot 2010}}{2009}$

sayısının ondalık yazılımında virgülden sonraki ilk basamaktaki rakam kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 3 D) 9 E) 0

14. n bir doğal sayı olmak üzere,

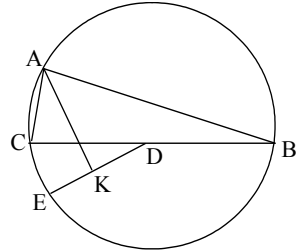
$$\frac{1}{1!19!} + \frac{1}{3!17!} + \frac{1}{5!15!} + \dots + \frac{1}{19!1!} = \frac{2^k}{2n+1}$$

eşitliğini sağlayan k tamsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

15. Şekilde $|AB| = c$, $|AC| = b$ ve $c > b$ olup, D , $[BC]$ 'nin orta noktası; $[AK]$, BAC açısının açıortayı ve E noktası da D 'nin bu açıortaya göre simetriği olsun. Buna göre, A ile D arasındaki uzaklık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2bc}{b+c}$ B) $\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}$ C) $\frac{b+c}{2}$
D) $\sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}}$ E) \sqrt{bc}



16. a_n dizisi, $a_1 = a_2 = 1$ ve $n \geq 2$ için $a_{n+1} - a_{n-1} = \frac{1}{a_n}$ şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{a_{99}}{a_{97}}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{99}{97}$ B) $\frac{98}{97}$ C) $\frac{100}{99}$ D) $\frac{100}{97}$ E) $\frac{101}{99}$

17. $ABCD$ bir ikizkenar yamuk, $[AB] \parallel [DC]$, $|AB| = |BC| = |AD| = 5$ ve $|CD| = 11$ olarak verilsin. AEB üçgeninin alanı, BEC üçgeninin alanının 5 katı olacak şekilde, aynı düzlem üzerinde seçilen bir E noktası ile D noktası arasındaki uzaklık en az kaçtır?

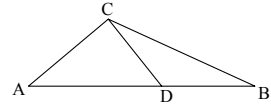
- A) $5\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{5}$

18. $x > 0$ olmak üzere, $x - \frac{\sqrt{x^4 + 9} - 3}{x}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) $\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)$ B) $\sqrt{6}(\sqrt{2}+1)$ C) $\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$ D) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ E) $\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

19. Şekilde $|AD| = 4$, $|DC| = 2\sqrt{2}$ ve $|DB| = 2$ 'dir. $\hat{A} + \hat{B} = 60^\circ$ ise, C 'den $[AB]$ 'ye indirilmiş yüksekliğin uzunluğu nedir?

- A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



20. Farklı olmaları gerekmeyen 100 reel sayıdan oluşan bir kümede, her sayı, geriye kalan 99 sayının toplamının $1/7$ 'sinden büyük olsun. Bu kümedeki negatif sayıların sayısı en az kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10