



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

17.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYATLARI
BİRİNCİ AŞAMA
SORULARI

A A A A A A A

SINAV TARİHİ VE SAATİ : 24 MART 2012 - Cumartesi 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdımıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarımızın sayısından yanlış cevaplarımızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları sizde kalacaktır.

A A A A A A A

1. 25 öğrencinin yarısından fazlası kırtasiyeden her biri eşit sayıda ve 2'den fazla olmak üzere aynı kalemden aldılar. Bir kalemin kuruş cinsinden değeri, bir öğrencinin aldığı kalem sayısından fazladır. Tüm kalemlerin değeri 10 TL 45 Kr ise bir kalemin kuruş cinsinden değerinin rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 10 D) 7 E) 4

2. 9999'a tam bölünen, fakat 10'a bölünmeyen, rakamları birbirinden farklı sekiz basamaklı kaç sayı vardır?

- A) 1712 B) 1920 C) 1728 D) 1536 E) Hiçbiri

3. $[-25, 15]$ aralığından rastgele alınmış iki reel sayının çarpımının negatif olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{32}$ B) $\frac{13}{32}$ C) $\frac{15}{32}$ D) $\frac{17}{32}$ E) $\frac{19}{32}$

4. $x^2 + 3x + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere, c, x_1, x_2 sayıları verilen sırada bir aritmetik dizi oluşturuyorsa, $c(c + 12)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 20 E) 15

5. Dört bileşenli $(0, 0, 0, 0)$ dörtlüsünden, her defasında sadece bir bileşenin 1 br artması koşuluyla $(2, 1, 1, 2)$ dörtlüsünü kaç farklı şekilde elde edebiliriz?

A) 72

B) 90

C) 180

D) 120

E) 108

6. $ABCD$ paralelkenarının $[AB]$, $[BC]$ kenarları üzerinden sırasıyla E , F noktaları alınıyor. $Alan(ADE) = Alan(DCF) = 10$ ve $Alan(EBF) = 9$ ise, $Alan(DEF)$ kaçtır?

A) 25

B) 24

C) 22

D) 21

E) 19

7. x, y, z pozitif reel sayıları için, $\sqrt[3]{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{4z}$ toplamının alabileceği minimum değer kaçtır?

A) $\sqrt{3}$

B) $\sqrt{6}$

C) 3

D) 2

E) $2\sqrt{3}$

-
8. $\left(4 - \frac{2}{1}\right) \left(4 - \frac{2}{2}\right) \left(4 - \frac{2}{3}\right) \cdots \left(4 - \frac{2}{50}\right)$ çarpımı 3'ün en fazla kaçınıcı kuvvetine bölünür?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 2

-
9. $m(B) = m(C) = 120^\circ$ olan $ABCD$ teğetler dörtgeninde $|AB| = 6$, $|BC| = 4$ ise $|AD|$ kaçtır?
A) 12 B) 16 C) 13 D) 15 E) 14

-
10. 2122'den küçük pozitif x tamsayılarının kaç tanesi için $2^x - x^2$ sayısı 7'ye bölünmez?
A) 1515 B) 1313 C) 1616 D) 1717 E) 1414

-
11. ABC üçgeninin $[BC]$, $[AC]$ ve $[AB]$ kenarları üzerinde, sırasıyla D , E ve F noktaları alınıyor. $|AC| = 104$, $|AB| = 65$, $|BD| = 35$, $m(\hat{A}) = 60^\circ$ ve AD açıortay ise DEF üçgeninin çevresinin minimum değeri nedir?
A) 110 B) 120 C) 125 D) 115 E) 105

12. xoy koordinat düzlemi verilsin. x ve y koordinatları tamsayılar olmak üzere, (x, y) noktasında bulunan çember, her zıplayışında 5 br zıplayarak yine tamsayı koordinatlı bir noktaya düşüyor. Başlangıçta $(0, 0)$ noktasında bulunan çember $(1, 0)$ noktasına gelmek için en az kaç defa zıplamalıdır?

- A) 6 B) 2 C) 5 D) 4 E) 3

13. Yazı tahtasında yanyana 11 pozitif sayı yazılmıştır. Bu sayılar içinde yanyana yazılmış herhangi (x, y, z) üçlüsü alınırsa, $y = \frac{2xz}{x+z}$ eşitliği sağlanır. İlk sayı $\frac{1}{13}$ ve son sayı $\frac{1}{31}$ ise, 6'ncı sayı kaçtır?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{21}$ D) $\frac{1}{22}$ E) $\frac{1}{27}$

14. $\frac{8}{5}n$ tamsayısının pozitif bölenlerinin sayısı, n tamsayısının pozitif bölenlerinin $\frac{8}{5}$ 'ine eşittir. Buna göre, $n = 5^m k$, $k \in \mathbb{Z}^+$ şeklinde ise m doğal sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $[0, 50]$ aralığından alınmış x, y, z tamsayılarından oluşturulan kaç farklı (x, y, z) üçlüsü için

$$(y+z)^2 - (x+y)^2 = (y-z)^2 - (x-y)^2$$

eşitliği sağlanır?

- A) $50 \cdot 100$ B) $50 \cdot 101$ C) $51 \cdot 101$ D) $51 \cdot 100$ E) 51^2

16. $a_1 = 6$ ve her $n \geq 1$ için $a_{n+1} - 2 = a_n(2a_n + 5)$ olsun. Buna göre,

$$S = \frac{1}{2a_1 + 3} + \frac{1}{2a_2 + 3} + \frac{1}{2a_3 + 3} + \dots$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{14}$

17. $a > 0$ olmak üzere, $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasının bulunduğu nokta $\left(\frac{1}{3}, \frac{-7}{6}\right)$ olup, $a + b + c$ toplamı bir tamsayıdır. a 'nın alabileceği en küçük değer, $(m, n) = 1$ olmak üzere, $\frac{m}{n}$ biçiminde ise, $n - m$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

18. Aynı sınıftaki Alper, Berk, Cem ve Derya isimli öğrenciler bir test sınavına giriyorlar. Sınav sonunda, sınav sonuçlarına göre bu öğrenciler arasında kaç değişik sıralama yapılabilir? (Örneğin, Alper ve Cem'in girdiği iki kişilik bir sınavda; Alper birinci, Cem ikinci; Cem birinci, Alper ikinci ve Alper ve Cem eşit olacak şekilde üç sıralama yapılabilir.)

- A) 80 B) 75 C) 72 D) 76 E) 81

19. $(3 - \sqrt{8})^6 = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ eşitliğini sağlayan x doğal sayısının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 5 C) 7 D) 0 E) 1

20. Kenar uzunlukları, $|AB| = 43$, $|BC| = 46$, $|AC| = 49$ olan ABC üçgeninde, \widehat{A} açısının açıortayı CB 'yi L noktasında, \widehat{B} açısının açıortayı da AC 'yi K noktasında kesiyor. KB üzerinde $CM \perp KB$ olacak şekildeki M noktası ve AL üzerinde $CN \perp AL$ olacak şekildeki N noktası için $|MN|$ uzunluğu kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

21. $0 < x < 1$ ve $0 < y < 1$ olmak üzere, $x + 3y$ ve $3x + y$ ifadelerinin her ikisini de tamsayı yapan kaç (x, y) ikilisi vardır?

- A) 7 B) 5 C) 6 D) 4 E) 9

22. Dışbükey $ABCD$ dörtgeninde $|AB| = |BC| = 10$, $|CD| = 8$, $|DA| = 6$ ve $AD \perp DC$ dir. $[AB]$ ve $[BC]$ kenarlarının orta noktaları sırasıyla E ve F ise, $m(EDF)$ kaç derecedir?

- A) 45 B) 22,5 C) 30 D) 37 E) 53

23. $x = \frac{99!}{101}$ olmak üzere, $x - \llbracket x \rrbracket$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir? ($\llbracket x \rrbracket$ sayısı, x sayısının tam değerini göstermektedir.)

- A) $\frac{1}{101}$ B) $\frac{2}{101}$ C) $\frac{3}{101}$ D) $\frac{9}{101}$ E) $\frac{11}{101}$

24. x ve y reel sayıları için $|y - x| + |y + x| = 4$ eşitliği sağlanırsa, $y^2 + x^2 + 10x$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

25. $n \geq 10^4$ bir tamsayı olmak üzere, $a = \sqrt{n^2 + n + 1010}$ sayısının ondalık sayı olarak gösteriminde virgülden sonraki ilk basamak kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

YANITLAR

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. A | 5. C | 6. D | 7. B | 8. B | 9. E | 10. A |
| 11 B. | 12.E | 13. D | 14. C | 15. C | 16. E | 17. D | 18. B | 19. D | |
| 20. C | 21. A | 22. C | 23. A | 24. B | 25. E | | | | |

Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığı

Matematik Topluluğu



Antalya Döşemealtı Belediyesine, Antalya Konyaaltı Belediyesine ve Antalya Kolejine Teşekkür Ederiz.

Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07058 Antalya
