



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

18.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYATLARI
BİRİNCİ AŞAMA
SORULARI

A A A A A A A

SINAV TARİHİ VE SAATI : 30 MART 2013 - Cumartesi 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdınıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvetde kağıdı kullanılması yasaktır.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları sizde kalacaktır.

A A A A A A A

1. $[a]$ ifadesi, a 'dan büyük olmayan en büyük tamsayıyı göstermek üzere, $[x^2] - 2x + 1 = 0$ denkleminin tüm çözümlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. 20 kişilik bir sınıfta, bir matematik testi yapılıyor. Herkesin en az bir soru çözdüğü bu sınavda, testteki her bir problem tam 13 öğrenci tarafından çözülüyor. 20 öğrencinin iki tanesi dışında her biri 5'er soru çözüyor. Buna göre, farklı sayıda soru çözen son iki öğrenci arasından az sayıda soru çözen öğrenci, en az kaç soru çözmüş olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $6!$ sayısını böldüğünde 6 kalamı elde edilen kaç sayı vardır?

- A) 13 B) 3 C) 16 D) 11 E) 12

4. Terimlerinin tamamı tamsayı olan bir aritmetik dizide, $a_1 = 13$ 'tür. $a_1 = 13$ terimi ile 2013 terimi arasında en az 100 terim olması koşuluyla, 2013 sayısı bu dizinin en az kaçınıcı terimi olabilir?

- A) 251 B) 101 C) 126 D) 121 E) 108

A

A

5. $x^3 + ax^2 + bx + 2 = 0$ denkleminin x_1, x_2 ve x_3 köklerinin üçü de negatif reel sayılardır. $3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -18$ olduğuna göre, $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{79}{36}$ B) $\sqrt{13} + 4$ C) $13 + \sqrt{13}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{36} + \sqrt{13}$

6. ABC eşkenar üçgeninde $[AC]$ kenarı üzerinde, E noktası ve $[BC]$ kenarı üzerinde D noktası, $|AE| = |DC|$ olacak şekilde alınmıştır. $[AD]$ üzerinde, $[BF] \perp [AD]$ olacak şekilde de bir F noktası alınıyor. $[BE]$ ile $[AD]$ 'nin kesiştiği nokta N olmak üzere, $|NE| = a$ ve $|NF| = b$ ise, $|AD|$ 'nin a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) $a + 2b$ C) $2a + b$ D) $2(a + b)$ E) $2a + \frac{\sqrt{3}}{2}b$

7. x pozitif reel sayı olmak üzere, $\frac{x^3 + x}{x^4 + 3x^3 + 11x^2 + 3x + 1}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{11}$

A

A

*8. ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c ve a kenarı karşısındaki köşe açısı 60° olsun. $a = 4$ ve $b = 3$ ise,

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a + b + c}$$

oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 25

9. $2 \cdot m(\widehat{A}) - m(\widehat{C}) = 180^\circ$ olan ABC üçgeninde $|BC| = a$, $|CA| = b$ ve $|AB| = c$ ise, b 'nin a ve c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a^2 - c^2}{a}$ B) $\sqrt{a^2 - ac}$ C) $(\sqrt{a} - \sqrt{c})^2$ D) $\frac{a^2 + c^2}{2c}$ E) $\frac{a(a + c)}{2c}$

*10. Bir torbada 3 farklı renkte bilye vardır. Mavi bilyelerin sayısı, sarı bilyelerin sayısının 2 katı, beyaz bilyelerin sayısı da sarı bilyelerin sayısının 3 katının 1 fazlası kadardır. Torbadan, her alışta torbada bulunan bilyelerin sayısının 2 katının 1 fazlasının 3'te biri kadar bilye alınarak, 7 defa bilye alıyormuş. 7'inci alıştan sonra torbada bilye kalmadığına göre, torbada ilk başta kaç tane sarı bilye vardı?

- A) 115 B) 141 C) 176 D) 167 E) 182

11. $|AB| = |BC| = \sqrt{2}|CD|$ olan $ABCD$ dörtgeninde $m(\widehat{B}) = 108^\circ$, $m(\widehat{C}) = 153^\circ$ ise, $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?

- A) 45 B) 54 C) 60 D) 72 E) 75

A

A

12. $\frac{2x}{x-1}(x^5 - 1) + x^6 + 1 = 0$ denkleminin reel çözümlerinin sayısı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

-
13. $(3x^2 + 2x + y + 4z)^{10}$ açılımındaki terimlerden biri rastgele seçiliyor. Seçilen terimde x^7 çarpanının bulunma olasılığı kaçtır?
A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{12}$

-
- *14. $100^2 + 1, 100^2 + 2, 100^2 + 3, \dots, 102^2 - 2, 102^2 - 1, 102^2$ sayılarından 100'e bölünenlerin toplamının, kaç pozitif çift böleni vardır?
A) 20 B) 22 C) 24 D) 18 E) 27

-
15. Kaç tane $m \in [-100, 100]$ tamsayısı için, $m^3 + m^2 + 11$ sayısı, $m^2 - m + 1$ sayısına tam bölünür?
A) 10 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

A

A

16. $P(x) = 36x^4 - 36x^3 + 5x^2 + 4x - 1$ polinomunun kökleri x_1, x_2, x_3 ve x_4 olsun. Bu köklerin reel olduğu biliniyorsa,

$$S = (1 - x_1^2)(1 - x_2^2)(1 - x_3^2)(1 - x_4^2)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{6}$

17. $f(x)$ fonksiyonu, x sayısının basamak sayısını göstermek üzere,

$$f(a) + f(a^2) + f(a^3) + f(a^4) + \cdots + f(a^{20})$$

toplamı en fazla 2730 olabiliyorsa, a sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 10 B) 14 C) 12 D) 11 E) 13

18. x, y ve z pozitif reel sayılar olmak üzere, $7x - y + 4z = 7$ ise,

$$2x^2 + x^3 + z^2 - y + 1071$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

- A) 1069 B) 1070 C) 1072 D) 1071 E) 1068

A

A

19. $\{1, 2, 3, \dots, 2012\}$ kümesinin, en büyük ve en küçük elemanlarının toplamı 2013 olan alt-kümelerinin sayısının 7'ye bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 5 C) 2 D) 6 E) 1

20. Kaç tane $m \in [-1001, 1001]$ tamsayısı için, x 'in her reel değerinde,

$$P(x) = x^2 + 1000x + m \quad \text{ve} \quad Q(x) = x^2 - 1000x + m$$

sayılarının en az biri pozitif olur?

- A) 1001 B) 1000 C) 1 D) 10 E) 11

21. $m(\widehat{BAD}) = 70^\circ$, $m(\widehat{BDA}) = 52^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 55^\circ$, $m(\widehat{ACD}) = 29^\circ$ olan dışbükey $ABCD$ dörtgeninde köşegenlerin kesim noktası E ise, $m(\widehat{AED})$ kaç derecedir?

- A) 93 B) 95 C) 97 D) 100 E) 102

22. $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ için a_n sayısı,

$$a_n = 1 \underbrace{000\dots000}_{2^n - 1 \text{ tane sıfır var}} 1$$

şeklinde tanımlansın. $A = 11 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_{10}$ sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2^9 B) 2^{10} C) 2^{11} D) 2^{12} E) 2^{13}

23. Bir karenin her kenarı üzerinde, köşe noktaları olmayan 4'er nokta işaretlenmiştir. Aynı kenar üzerinde bulunmayan herhangi iki işaretlenmiş nokta alınıyor ve bu noktalar bir doğru parçası ile birleştiriliyor. Bu parçaların herhangi üçünün ortak noktası olmasın. Bu parçaların kesişiminden ortaya çıkan noktaların toplam sayısı kaçtır?

- A) 1500 B) 1564 C) 1600 D) 1624 E) Hiçbiri

24. $x^{\log_{100} x} = 10x$ denkleminin tüm çözümlerinin çarpımının bir tamsayı olduğu biliniyorsa, bu sayının rakamları toplamını bulunuz.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 8

25. Düzgün $A_1A_2\dots A_{12}A_{13}$ 13-geninin merkezi O noktası olmak üzere, OA_1 üzerinde B_1 , OA_2 üzerinde B_2 , ..., OA_{13} üzerinde B_{13} noktaları,

$$\frac{|OB_k|}{|OA_k|} = \frac{1}{k}, \quad (k = 1, 2, \dots, 13)$$

sağlanacak şekilde alınmıştır. $A_1A_2\dots A_{12}A_{13}$ 13-geninin alanına A ve $B_1B_2\dots B_{12}B_{13}$ 13-geninin alanına da B denilirse, $\frac{A-B}{A+B}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{7}{8}$

A

A

YANITLAR :

- | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 1. D | 2.D | 3.E | 4.C | 5.A | 6.B | 7.C | 8.B | 9. A |
| 10. E | 11.B | 12.A | 13.B | 14.C | 15.C | 16.D | 17.E | |
| 18. B | 19.E | 20.A | 21.A | 22.C | 23.D | 24.A | 25. D | |

ÖNEMLİ NOT :

ÖĞRENCİLERE VERİLEN KİTAPÇIKLARDAKİ 3 SORU (8,10 ve 14'üncü sorular) HATALI OLARAK BASILMIŞTIR. BU ÜÇ SORU İPTAL EDİLMİŞ, VE TÜM ÖĞRENCİLERİN DOĞRU YAPTIĞI KABUL EDİLMİŞTİR.

Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığı

Matematik Topluluğu

Antalya Konyaaltı Belediyesine ve Antalya Toros Kolejine

Teşekkür Ederiz.

Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07058 Antalya
