



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
19.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI

ADI SOYADI :CEP TEL :
OKULŞEHİR :
SINIF :ÖĞRETMEN :
eposta : İMZA :



SINAV TARİHİ VE SAATİ : 4 Mayıs 2014 - Pazar 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdımıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları toplanacaktır.

1. Rakamları birbirinden farklı ve birbirinin ters sırada yazılışı olan iki tane üç basamaklı sayının toplamı olarak yazılabilen sayılara Gizemli Sayı diyelim. Kaç tane Gizemli sayı vardır?

- A) 142 B) 120 C) 162 D) 153 E) 136

2. $\frac{13^n+2}{3}$ ifadesinin tamkare olmasını sağlayan kaç n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 6 B) 4 C) 1 D) 0 E) Sonsuz Çoklukta

3. $x^5+5y^5 = z^6$ denkleminin pozitif tamsayılarda kaç çözümü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) Sonsuz Çoklukta

4. $|AB|=15$, $|BC|=18$ ve $|CA|=21$ olan ABC üçgeninin iç bölgesinden bir D noktası alınıyor. $[AD]$, $[BD]$ ve $[CD]$ 'nin orta noktaları sırasıyla E , F ve G olsun. $[AF]$ ile $[BE]$ 'nin kesişimi H ; $[BG]$ ile $[CF]$ 'nin kesişimi K ve $[CE]$ ile $[AG]$ 'nin kesişimi de L ise, $EHF KGL$ altıgeninin alanı nedir?

- A) $20\sqrt{6}$ B) $18\sqrt{6}$ C) $21\sqrt{6}$ D) $15\sqrt{6}$ E) $16\sqrt{6}$



5. Her $x, y \neq 0$ için, $x [f(xy) - f(x)] + f(-y) = 0$ ve $f(2) = 3$ eşitliklerini sağlayan f fonksiyonu için, $f\left(\frac{1}{10}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 22 E) 24

6. 15 özdeş matematik ve 5 özdeş fizik kitabı, herhangi iki fizik kitabı arasında en az iki matematik kitabı olması koşuluyla bir rafa kaç farklı şekilde dizilebilir?

- A) 792 B) 796 C) 812 D) 714 E) 786

7. $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 - 9^2 - 10^2 + \dots + 101^2 + 102^2 + 103^2 - 104^2 - 105^2$ toplamının 25'e bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

8. $f(x) = (x^2 - x - 5)(x^2 + 2)(x^2 + 5x + 3)$ fonksiyonunun grafiği üzerinden, bir parabol üzerinde olacak biçimde altı tane nokta seçilirse, bu noktaların apsislerinin kareleri toplamı kaç olur? (Parabol, $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ formundaki eğrinin grafiğidir).

- A) 23 B) 27 C) 26 D) 25 E) 29

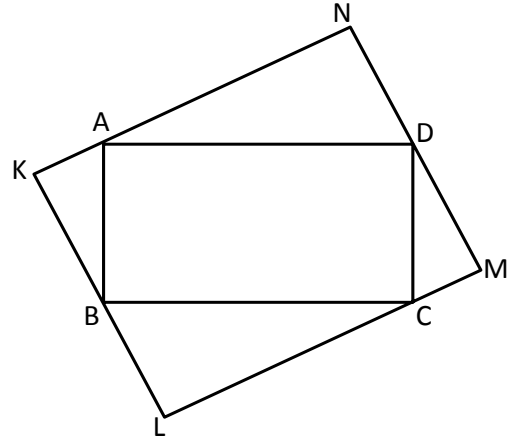


9. $x^3 - 3x^2 + 6x + 13 = 0$ ve $y^3 + 6y^2 + 15y + 31 = 0$ denklemlerini sağlayan x ve y reel sayıları için $x - y$ kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 4 D) 5 E) 3

10. Kenar uzunlukları $2\sqrt{2}$ ve $7\sqrt{2}$ olan bir $ABCD$ dikdörtgeninin çevresine, şekildeki gibi $KLMN$ dikdörtgeni çiziliyor. $KLMN$ dikdörtgeninin alanı kaç farklı tamkare değeri olabilir?

- A) 5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1



11. x bir reel sayı ve

$$A(x) = (x + 2)^5 + (x + 2)^3(x - 2)^2 + (x + 2)(x - 2)^4,$$

$$B(x) = (2 - x)^5 + (2 - x)^3(2 + x)^2 + (2 - x)(2 + x)^4$$

olmak üzere, $A(x) = B(x)$ denkleminin çözüm sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

12. $A = \{1, 2, 3, \dots, 18, 19\}$ ve $B = \{8, 14, 18\}$ olmak üzere $A \setminus B$ kümesinin elemanlarıyla, ardışık iki sayı içermeyen kaç altküme oluşturulabilir?

- A) 2380 B) 3640 C) 4420 D) 3960 E) 4230



13. 5×5 şeklindeki bir karenin, her 1×1 karesinin içine 1, 2, 4, 6, 8 rakamları yazılacaktır. Çift olan herhangi bir rakamın yanyana ve çift sayıda bulunması koşuluyla, 5×5 karesi kaç farklı şekilde doldurulabilir. (Çift olan herhangi bir rakamın yukarıdan aşağıya çift sayıda olması gerekmiyor. Yan tarafta bir örnek doldurma verilmiştir.)

1	1	1	8	8
4	4	2	2	1
1	1	1	1	1
6	6	6	6	1
4	4	1	8	8

- A) 65^5 B) 29^5 C) 45^5 D) 6^{10} E) $5 \cdot 29^5$

14. $S = \{1, 2, 3, \dots, 999, 1000\}$ kümesindeki sayılardan kaç tanesi $n = 7^{999!} - 5^{999!}$ farkını böler?

- A) 518 B) 624 C) 686 D) 720 E) 735

15. a, b, c birbirinden farklı negatif olmayan tamsayılar olmak üzere, $3^a + 3^b + 3^c$ formundaki sayıları, küçükten büyüğe doğru sıralarsak, 101'inci sayı için $a + b + c$ toplamı kaç olur?

- A) 18 B) 17 C) 19 D) 16 E) 15

16. $S = \sum_{k=0}^9 \left(\left\lfloor \frac{3^{20}}{3^{10}+3^k} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3^{20}}{3^{10}+3^{20-k}} \right\rfloor \right)$ toplamının 9'a bölümünden kalan kaçtır? (Burada, $\lfloor x \rfloor$ ifadesi, x sayısının tamdeğerini göstermektedir).

- A) 8 B) 0 C) 4 D) 6 E) 3



17. a_1, a_2, a_3, \dots pozitif sayıları, her $n \in \mathbb{N}$ için, $a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + 1}$ eşitliğini sağlasın. Eğer, $a_{2k} = 3 \cdot a_k$ eşitliği sağlanacak şekilde bir $k \in \mathbb{N}$ değeri bulunuyorsa, a_{11} değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\sqrt{2}$

B) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

E) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

18. Pascal üçgeninin "Şehrazad Satırı" diye adlandırdığımız,

$$1, 1001, \dots, 1001, 1$$

şeklindeki, 1001'inci satırındaki sayıların kaç tanesi 5'e bölünmez?

A) 48

B) 16

C) 24

D) 36

E) 30

19. $ABCD$ kirişler dörtgeninde, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenlerinin kesişim noktası E olsun. $|AB| = |BC| = |CA|$, $|BE| = 20$ ve $|ED| = 5$ olduğuna göre, $|AB|$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

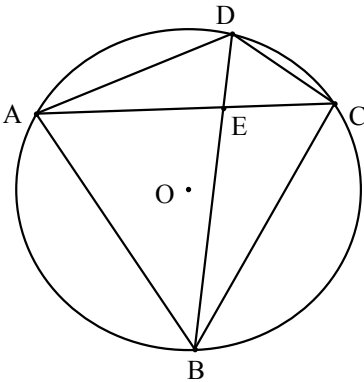
A) $13\sqrt{5}$

B) $9\sqrt{5}$

C) $10\sqrt{5}$

D) $12\sqrt{5}$

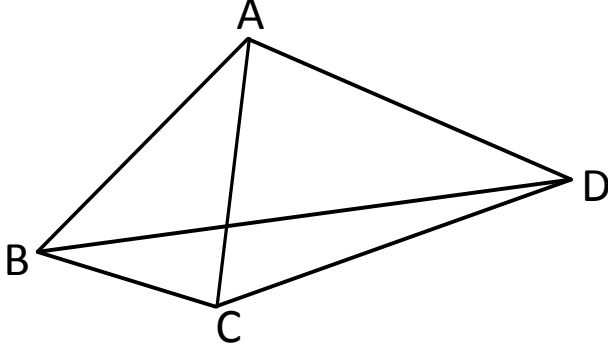
E) $11\sqrt{5}$





20. $ABCD$ dışbükey dörtgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 100^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{BDC})$ kaç derecedir?

- A) 18° B) 15° C) 12° D) 10° E) 5°



21. $f(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 5$ ve $g(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 5$ olmak üzere, $0 < x \leq p$ koşulunu sağlayan bir x tamsayısı için, p asal sayısı $f(x)$ ve $g(x)$ 'i bölmektedir. Buna göre, p asal sayısının olabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 15 C) 26 D) 21 E) 19

22. Tüm terimleri tamsayılar olan ve ilk 10 terim içinde 1 ve 31 bulunan kaç farklı aritmetik dizi vardır?

- A) 54 B) 66 C) 68 D) 60 E) 50

23. $m^4 = n(9m - 2n)$ denklemini sağlayan kaç (m, n) tamsayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 9 C) 1 D) 5 E) 7

24. $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu kesin azalan bir fonksiyon olmak üzere, her $x \in \mathbb{R}^+$ için,

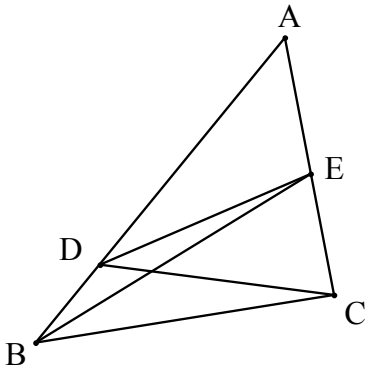
$$f(x) \cdot f\left(f(x) + \frac{3}{2x}\right) = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $f(9) = ?$

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

25. Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$, $|AB| = 7$ ve $|AC| = 3\sqrt{3}$ 'tür. D , $[AB]$ üzerinde, E ise $[AC]$ üzerinde noktalar olmak üzere, $|BE| + |CD| + |DE|$ toplamının alabileceği minimum değer kaçtır?

- A) $\sqrt{140}$ B) $\sqrt{135}$ C) $\sqrt{139}$ D) $\sqrt{136}$ E) $\sqrt{142}$





YANITLAR :

- | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|-------|------|------|-------|-----|
| 1. A | 2. D | 3.E | 4.B | 5.D | 6.A | 7.E | 8.C | 9.E |
| 10.D | 11.B | 12.C | 13.A | 14.C | 15.D | 16.A | 17. E | |
| 18.B | 19.C | 20.D | 21.A | 22.B. | 23.E | 24.A | 25.C | |



Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığı

Matematik Topluluğu

Antalya Konyaaltı Belediyesine

Teşekkür ederiz.

Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07058 Antalya
