



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
20.
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYATI SORULARI

ADI SOYADI :CEP TEL :
OKULŞEHİR :
SINIF :ÖĞRETMEN :
eposta : İMZA :



SINAV TARİHİ VE SAATİ : 3 Mayıs 2015 - Pazar 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdınıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları toplanacaktır.

1. $(yx)^y = \left(\frac{y}{x}\right)^x$ ve $x^2 = \frac{1}{y}$ denklem sisteminin pozitif reel sayılarda kaç çözümü vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Sonsuz Çoklukta

2. $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{1515}$ ifadesinin binom açılımında, toplananların kaç tanesi rasyonel sayı olacaktır?

- A) 100 B) 102 C) 105 D) 115 E) 315

3. $(a + b + c + d)^n$ ifadesinin açılımındaki terim sayısı $f(n)$ olmak üzere,

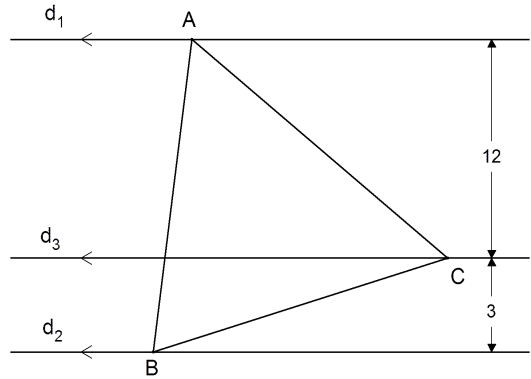
$$\prod_{n=1}^{50} (f(2n) - f(2n - 1))$$

sayısı 2^p sayısına tam bölünüyorsa, p sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) 47 B) 53 C) 43 D) 73 E) 101

4. d_3 doğrusu, d_1 ve d_2 doğruları arasında olmak üzere, d_1, d_2 ve d_3 birbirine paralel üç doğrudur. Bir ABC eşkenar üçgeninin A, B ve C köşeleri sırasıyla d_1, d_2 ve d_3 doğruları üzerindedir. d_1 ve d_3 arasındaki uzaklık 12 cm, d_2 ve d_3 arasındaki uzaklık 3 cm olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 'dir?

- A) $52\sqrt{3}$ B) $54\sqrt{3}$ C) $56\sqrt{3}$
D) $60\sqrt{3}$ E) $63\sqrt{3}$





5. Aşağıdaki sayıların en küçüğü kaçtır?

$$\sqrt{\frac{13}{12}} + \sqrt{\frac{108}{13}}; \quad \sqrt{\frac{14}{12}} + \sqrt{\frac{108}{14}}; \quad \sqrt{\frac{15}{12}} + \sqrt{\frac{108}{15}}; \quad \dots; \quad \sqrt{\frac{107}{12}} + \sqrt{\frac{108}{107}}$$

- A) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ B) 3,5 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 2,3

6. a, b, c, d pozitif reel sayılar olmak üzere, $S = \frac{abc + bcd}{a^3 + b^3 + c^3 + d^3}$ ifadesinin maksimum değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}+1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$ E) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$

7. $a_1 = 2$ ve her $n \geq 1$ için, $5a_{n+1} = a_n + 4$ sağlansın. $A_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ olmak üzere, $\left| A_n - n - \frac{5}{4} \right| < \frac{1}{2500}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük n sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 11 D) 5 E) 4

8. Birim karelerden oluşan 7×9 ölçülerinde bir tahtanın her karesine 7 veya 9 rakamı yazılacaktır. Her satır ve sütunda çift sayıda 7 rakamı olması koşuluyla, tahta m farklı şekilde doldurulabiliyorsa, m sayısının pozitif bölenlerinin sayısı kaçtır?

- A) 48 B) 60 C) 49 D) 72 E) 65



9. Reel (gerçel) a sayısının kaç tane değeri için, $(x - 1)^2 - |x - a| = 0$ denkleminin tam olarak üç farklı reel çözümü olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Sonsuz Çoklukta

10. Aşağıdaki denklemlerde, x_i tamsayıları $-1, 1, 2$ ve 3 sayılarından oluşmaktadır. Değeri 2 ve 3 olan eşit sayıda x_i vardır. Ayrıca, $-1, 1, 2, 3$ sayılarından herbiri en az 1 kez bulunmaktadır. Buna göre

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 5 \quad \text{ve} \quad x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_n^4 = 995$$

ise, $x_1^5 + x_2^5 + \dots + x_n^5$ ifadesinin minimum değeri için n kaç olur?

- A) 901 B) 900 C) 890 D) 490 E) 495

11. GANANGANA kabilesinin dilinin alfabesinde sadece N, G ve A harfleri vardır. Her kelimedede çift sayıda (sıfır dahil) A harfi bulunmakta ve tüm kelimeler 9 harften oluşmaktadır. Buna göre, bu kabilenin sözlüğünde en fazla kaç kelime olabilir?

- A) 8645 B) 9338 C) 9982 D) 8246 E) 9842

12. Birbirinden farklı m ve n pozitif tek tamsayıları için,

$$\frac{m}{n}, \frac{m+1}{n+1}, \frac{m+2}{n+2}, \frac{m+3}{n+3}, \frac{m+4}{n+4}$$

kesirlerinin tamamı sadeleşebildiğine göre, en küçük $m + n$ sayısının kaç pozitif tamsayı böleni vardır?

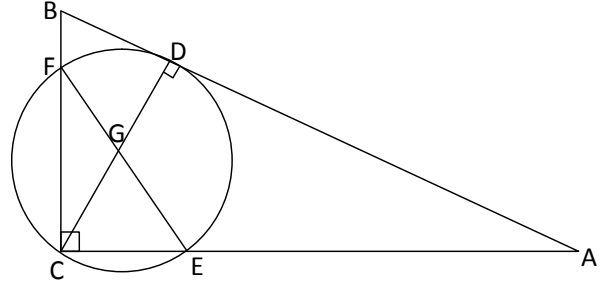
- A) 8 B) 16 C) 24 D) 18 E) 32



13. $\frac{1}{n+1} < (\sqrt{5}-2)^4 < \frac{1}{n}$ eşitsizliğini sağlayan n tamsayısı kaçtır?

- A) 316 B) 318 C) 320 D) 321 E) 322

14. Bir ABC dik üçgeninde hipotenüs $[AB]$ ve hipotenüse ait yükseklik de $[CD]$ 'dir. $[CD]$ çaplı bir çember, $[BC]$ 'yi F noktasında ve $[AC]$ 'yi de E noktasında kesiyor. $[CD]$ ve $[EF]$ 'nin kesişim noktası G olmak üzere, $|GC|^2 = |CE||CF|$ eşitliği sağlanıyorsa, ABC üçgenin en küçük açısı kaç derecedir?



- A) 15° B) 20° C) 25° D) 10° E) 30°

15. $ab + ac + bc = abc + 5$ denklemini sağlayan kaç tane (a, b, c) pozitif tamsayı çözüm üçlüsü vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 4 E) 9

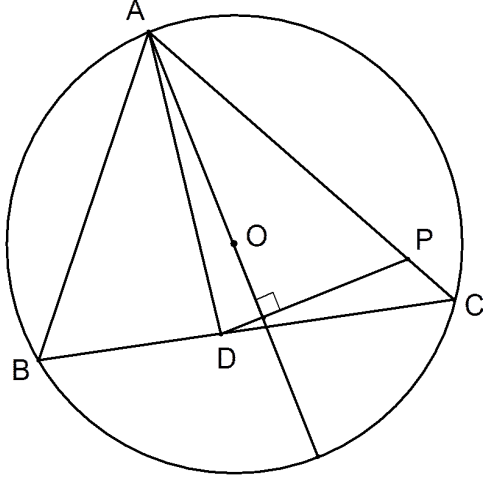
16. $P(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + 1$ eşitliğini sağlayan rasyonel katsayılı en küçük dereceli $P(x)$ polinomu için $P(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5



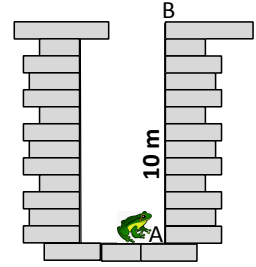
17. Dar açılı bir ABC üçgeninde AD açıortay, O çevrel çemberin merkezi; $P \in [AC]$ ve $AO \perp DP$; $|BD| = 4$, $|CP| = 3$ ve $|DC| = 6$ olduğuna göre, $|AP|$ kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{3}$ B) 5 C) $4\sqrt{6}$ D) 6 E) 9



18. 10 metre derinliğindeki bir kuyuya düşen bir kurbağa, kuyudan çıkmaya çalışmaktadır. A noktasındaki kurbağa, yukarıya doğru 1 veya 2 metre zıplayabilmektedir. Kurbağa kuyudan çıkmak isterken, bir defaya mahsus olarak 1 metre aşağıya kaymaktadır. Buna göre, bu kurbağa A noktasından, kuyunun çıkışı olan B noktasına kaç farklı şekilde ulaşabilir?

- A) 1020 B) 980 C) 1040 D) 1036 E) 984



19. Reel (gerçel) sayılar kümesinde tanımlanan bir \blacktriangle işlemi, her reel (gerçel) a, b ve c sayıları için,

$$a \blacktriangle a = 0 \text{ ve } a \blacktriangle (b \blacktriangle c) = (a \blacktriangle b) + c$$

özelliklerini sağladığına göre, $(31 \blacktriangle 13) \blacktriangle 7$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11



20. $f(x) = x^6 + (k+1)x^5 + (2k+1)x^4 + (3k+1)x^3 + (4k+1)x^2 + (5k+1)x + 6k+14$ polinomu veriliyor.

$$f(1-k) = 44 - 12k$$

eşitliği sağlandığına göre, $f(1)$ kaçtır?

A) 54

B) 62

C) 56

D) 66

E) 44

21. $m(\hat{A}) = 50^\circ$, $m(\hat{B}) = 75^\circ$ olan ABC üçgeninin bir yüksekliği $[AH]$ 'dır. AH doğrusu, ABC üçgeninin çevrel çemberini \widehat{D} noktasında kesiyor. D noktasından AC doğrusuna inen dikme ayağı E ise $m(\widehat{HDE})$ kaç derecedir?

A) 50° B) 55° C) 60° D) 65° E) 70°

22. x bir reel (gerçel) sayı olmak üzere,

$$a = \frac{4x}{3} - \frac{1}{x}, \quad b = \frac{1}{x} - \frac{x}{3}, \quad c = x - \sqrt{3} \quad \text{ve} \quad d = x^2 - 3\sqrt{3}$$

sayılarından tam olarak 3 tanesi rasyonel sayıdır. Buna göre d kaçtır?

A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{21}{4}$ C) $\frac{17}{4}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2 - 3\sqrt{3}$



23. Hipotenüsü 2015 ve diğer kenarları da tamsayı olan kaç farklı dik üçgen vardır? (Not : c hipotenüs uzunluğu olmak üzere, (a,b,c) üçgeni ile (b,a,c) üçgeni farklı kabul edilecektir.)

- A) 8 B) 4 C) 12 D) 16 E) 10

24. $a > 1$ olmak üzere, her reel(gerçel) x için, $x^2 + ax + 10b \geq 0$ eşitsizliği sağlansın.

$S = \frac{b+11}{a-1}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{11}{8}$ C) $\frac{11}{9}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{11}{6}$

25. ABC üçgeninin iç bölgesinde keyfi bir P noktası alınıyor. P 'den $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$ 'ye çizilen dikme uzunlukları sırasıyla x , y , z olsun.

$$S = \frac{|BC|}{x} + \frac{|AC|}{y} + \frac{|AB|}{z}$$

toplamı minimum olduğuna göre P noktası için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Diklik merkezidir. B) Ağırlık merkezidir. C) Çevrel çemberin merkezidir.
D) İç teğet çemberin merkezidir. E) İç teğet çember üzerindedir.



Teşekkür ederiz.

Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığı

Matematik Topluluğu

Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07058 Antalya



YANITLAR

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 6. D | 11. E | 16. A | 21. E |
| 2. B | 7. A | 12. B | 17. D | 22. B |
| 3. A | 8. C | 13. D | 18. A | 23. A |
| 4. E | 9. C | 14. A | 19. E | 24. D |
| 5. C | 10. B | 15. E | 20. B | 25. D |