



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
22.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI

ADI SOYADI : CEP TEL :
OKUL ŞEHİR :
SINIF : ÖĞRETMEN :
eposta : İMZA :



SINAV TARİHİ VE SAATİ : 7 Mayıs 2017 - Pazar - 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdınıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. **Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır.** Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları toplanacaktır.



1. En az iki basamaklı olup, bütün rakamları aynı olan ve tam dört tane pozitif böleni olan sayılara kolay sayı diyelim. Örneğin, $11111 = 41 \cdot 271$ bir kolay sayıdır. Buna göre, 10^5 den küçük olan kaç kolay sayı vardır?

- A) 7 B) 11 C) 9 D) 10 E) 18

2. 2017 tavuk 25 kümese, her kümede farklı sayıda tavuk olmak koşuluyla yerleştiriliyor. Tavuk sayısının en fazla olduğu kümede en az kaç tavuk vardır?

- A) 90 B) 91 C) 92 D) 93 E) 95

3. $\frac{1}{6}$ kesiri, pozitif iki kesrin toplamı olarak birçok şekilde yazılabilir. Örneğin,

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12}; \frac{1}{10} + \frac{1}{15}; \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \text{ gibi.}$$

Buna göre, $\frac{1}{100}$ kesiri, pozitif iki kesrin toplamı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir? (Not : $\frac{1}{n} + \frac{1}{m}$ ve $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ aynı yazılışı ifade eder.)

- A) 11 B) 12 C) 24 D) 6 E) 13

4. Masa üzerine, kırmızı, beyaz ve mavi renkli kağıt parçaları serpiştirilmiştir. Kırmızı parçalar üzerinde 7, beyazlar üzerinde 15 ve maviler üzerinde 28 sayıları yazılmıştır. Üzerlerindeki sayıların toplamı 210 olacak şekilde birkaç kağıt alınacaktır. Her renkten en az bir kağıt alınması koşuluyla en az kaç kağıt alınmalıdır.

- A) 12 B) 13 C) 10 D) 11 E) 15

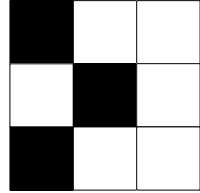


5. Antalya, İzmir ve Trabzon'lulardan oluşan toplam 50 kişi, hep birlikte balık avlamaya gidiyorlar ve toplam 2500 balık avlıyorlar. Her Trabzon'lu 53 balık avlıyor. Her İzmir'li 45 balık avlıyor. Her Antalya'lı da 48 balık avlıyor. Buna göre, balık avlamaya giden Trabzon'lu sayısı kaç farklı değer olabilir?

- A) 3 B) 5 C) 4 D) 7 E) 2

6. 3×3 ölçülerindeki kareyi oluşturan 9 birim karenin 3'ü siyaha boyanıyor ve siyaha boyanan karelerin ortak kenarı olmasına izin verilmiyor. (Bir boyama örneği şekilde verilmiştir.) Bu boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 12 B) 14 C) 18 D) 20 E) 22



7. $A = \frac{1}{100 \cdot 200} + \frac{1}{101 \cdot 199} + \frac{1}{102 \cdot 198} + \dots + \frac{1}{199 \cdot 101} + \frac{1}{200 \cdot 100}$ ve

$$B = \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$$

olmak üzere, $\frac{B}{A}$ oranının bir tamsayı olduğu biliniyorsa, bu tamsayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

8. Her $x > 0$ sayısı için, $x^3 - ax + 16 \geq 0$ eşitsizliğinin sağlanmasını garanti eden a sayılarının bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, \infty)$ B) $(-\infty, 8]$ C) $(-\infty, 10]$ D) $(-\infty, 12]$ E) $(-\infty, 16]$





9. ABC üçgeninin $[AC]$ kenarı üzerinde bir D noktası alınmıştır. $|AB| = |DC| = 3$ ve $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle DBC = 30^\circ$ olduğu biliniyorsa, $|AD| \cdot |BC|$ çarpımı kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 18 D) 15 E) 10

10. x, y, z reel sayıları,

$$x + y + z = 7\sqrt{2} \text{ ve } x^2 + y^2 + z^2 = 38$$

eşitliklerini sağlıyorsa, xy çarpımının maksimum değeri kaç olur?

- A) $15\sqrt{2}$ B) 18 C) $19\sqrt{2}$ D) 19 E) 15

11. $x^4 + x^2 y^2 - 8x^2 + 6 \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

- A) 12 B) 18 C) 15 D) 10 E) 14

12. $A = (2 \cdot 5 + \sqrt{2})(3 \cdot 6 + \sqrt{2}) \cdots (97 \cdot 100 + \sqrt{2})(98 \cdot 101 + \sqrt{2})$ ve $B = (3 \cdot 3 - 2)(4 \cdot 4 - 2) \cdots (98 \cdot 98 - 2)(99 \cdot 99 - 2)$ olsun. a ve b tamsayılar olmak üzere,

$$\frac{A}{B} = \frac{a - \sqrt{2}}{b - \sqrt{2}}$$

eşitliği varsa, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 97 B) 98 C) 99 D) 100 E) 101



13. $x \in [-1, 3] \setminus \{0\}$ olmak üzere,

$$x \left(1 + \frac{1}{|x|} \right) = y - \frac{|y|}{y}$$

denklemini sağlayan (x, y) noktaları içinde, aralarındaki uzaklık en büyük olan iki nokta arasındaki uzaklık aşağıdakilerden hangisidir?

Not : (a, b) ve (c, d) noktaları arasındaki uzaklık, $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ formülüyle bulunur.

- A) $3\sqrt{5}$ B) 4 C) $4\sqrt{5}$ D) 5 E) $5\sqrt{5}$

14. $1 \leq z \leq 20$ olmak üzere,

$$\frac{1}{x} = \frac{y^2}{z-x+1} = \frac{2y}{z+1}$$

denkleminin, tam sayılarda kaç (x, y, z) çözüm üçlüsü vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

15. Koordinat düzleminde,

$$P_0 = (0, 0), P_1 = (0, 2), P_2 = (2, 0), P_3 = (-2, -2), P_4 = (1, 1)$$

noktaları veriliyor. Bu koordinat düzleminde bir B bölgesi seçiliyor. Öyle ki, bu bölgedeki herhangi bir noktanın orijinden uzaklığı, $P_i, i = 1, 2, 3, 4$ noktalarına uzaklığından küçük veya eşittir. Buna göre, bu bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6,5 B) 7,5 C) 7 D) 7,2 E) 6,4

16. $n > 12$ olmak üzere, n tam sayısı $n + 6$ sayısının iki pozitif tam böleninin toplamına eşittir. n kaç farklı değer alabilir?

- A) 3 B) 0 C) 2 D) 1 E) 4

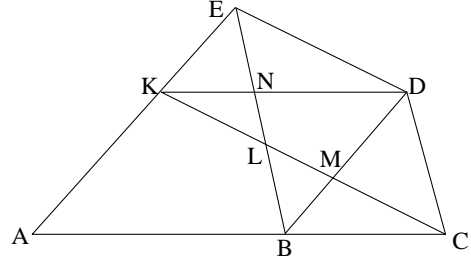


17. Şekilde, $KD \parallel AC$, $KC \parallel ED$, $BE \parallel CD$ ve $BD \parallel AE$ olmak üzere,

$$\frac{|AB|}{|BC|} = x$$

ise, $(2x - 1)^2$ sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 4 C) 3 D) 6 E) 5



18. İki oyuncu sırayla, her hamlesinde bir hane olmak üzere, $m \times n$ boyutlu bir tablonun hanelerini boyuyorlar. Boyanmış olan bir haneyle tam bir ortak köşesi bulunan haneleri boyamak yasaktır (boyanmış bir haneyle ortak kenara sahip olan hane boyanabilir). Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun,

$$12 \times 13, 12 \times 14, 13 \times 14, 13 \times 15 \text{ ve } 14 \times 15$$

boyutlu tablolarda birer kez oynanırsa, ilk hamleyi yapan oyuncu, bu oyunlardan kaçını kazanmayı garanti edebilir?

- A) 3 B) 5 C) 2 D) 1 E) 4

19. Pozitif terimli a_0, a_1, a_2, \dots dizisi, $a_0 = 1$ olmak üzere, aşağıdaki şekilde tanımlansın :

$$a_1 = \frac{1}{a_0 + a_1} \text{ ve her } k \geq 2 \text{ için } a_k = \frac{1}{a_0 + a_1} + \frac{1}{a_1 + a_2} + \dots + \frac{1}{a_{k-1} + a_k}.$$

Buna göre, $[a_{99}]$ tamdeğeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 99 B) 9 C) 11 D) 10 E) 101





20. $a_1 = 9$ ve $n \geq 1$ için, $a_{n+1} = a_n (a_n + 5) + 4$ olsun.

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + 2}{a_{n+1} + 2}$$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{15}$

21. ABC dar açılı üçgeninde, H yüksekliklerin kesişme noktası, D ise $[BC]$ kenarının orta noktasıdır. HD doğrusu üzerinde, $|HD| = |DK|$ olacak şekilde bir K noktası alıyoruz. $\angle A = 30^\circ$ ve $|BC| = 1$ br ise, $|AK|$ uzunluğu kaç birimdir?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

22. $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 19\}$ kümesinin boş olmayan bir K altkümesi,

"Her $n \in K$ için, K kümesinin n elemanlı altkümesi bulunabilir."

koşulunu sağlıyorsa, K altkümesine Altın altküme diyelim. Buna göre, A kümesinin kaç Altın altkümesi vardır?

- A) 70 B) 72 C) 180 D) 210 E) 360



23. ABC üçgeninin $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarında, sırasıyla, D ve E noktaları alınıyor. O noktası, ABC üçgeninin içteğet çemberinin merkezi olmak üzere,

$$BD \cdot AB = OB^2 \text{ ve } CE \cdot AC = OC^2$$

eşitlikleri sağlanıyor. D, O, E noktaları doğrusal ise, üçgenin A köşesindeki iç açısının ölçüsü $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° değerlerinden kaç tanesi olabilir?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1

24. Sekiz elemanlı $K = \{2, 3, \dots, 9\}$ kümesinin, 4 tane ikili altkümeye parçalanışlarını ele alalım. Bir parçalanış içinde, en büyük ortak bölenleri 2 olan herhangi bir ikili altküme yoksa, bu parçalanışa "iyi parçalanış" diyelim. Örneğin,

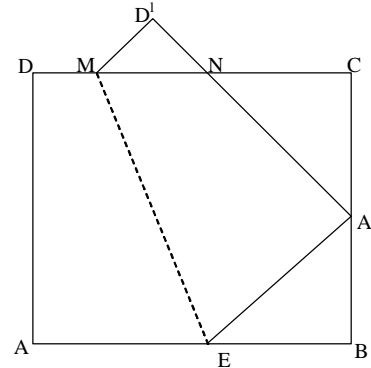
$$P_1 = \{\{2, 9\}; \{3, 4\}; \{5, 7\}; \{4, 6\}\} \text{ ve } P_2 = \{\{4, 8\}; \{2, 3\}; \{5, 6\}; \{9, 7\}\}$$

parçalanışları ele alınırsa, P_2 iyi bir parçalanıştır. $\{4, 6\}$ altkümесinden dolayı ise P_1 iyi parçalanış değildir. Buna göre, K kümesinin kaç iyi parçalanışı vardır?

- A) 20 B) 27 C) 30 D) 36 E) 42

25. Kare şeklindeki bir $ABCD$ kartonu, şekildeki gibi, $[DC]$ üzerindeki bir M ve $[AB]$ üzerindeki bir E noktasından katlanıyor ve $AEMD$ yamuğunun $[EM]$ 'ye göre simetriği olan $A'EMD'$ yamuğu elde ediliyor. $D'MN$ üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı 3 cm, $A'BE$ üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı ise 4 cm'dir. Buna göre, $A'NC$ üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı kaç cm'dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{2}$





CEVAPLAR : 1. A 2.D 3.E.4.B. 5.A İPTAL 6.E 7.C 8.D 9.C 10.B 11.A 12.A 13.C 14.E 15.B 16.A 17.E 18.D
19.B İPTAL 20.C 21.A 22.D 23.E 24.D 25. C

5 VE 19'UNCU SORULAR TÜM ÖĞRENCİLER İÇİN DOĞRU OLARAK KABUL EDİLMİŞTİR.

Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı,
Akdeniz Üniversitesi SKSD Başkanlığı Matematik Topluluğu
ve Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü tarafından düzenlenmektedir.
Katkılarından dolayı Konyaaltı Belediyesine Teşekkür ederiz.