



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
23.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI

ADI SOYADI :

OKUL

ŞEHİR :SINIF :

İMZA :



SINAV TARİHİ VE SAATİ : 29 Nisan 2018 - Pazar 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdımıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarımızın sayısından yanlış cevaplarımızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. **Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır.** Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.

1. $K = \sqrt{9-\sqrt{65}}(\sqrt{13}-\sqrt{5})(9+\sqrt{65})$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

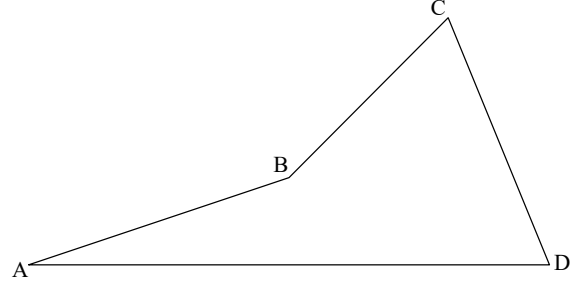
- A) $16\sqrt{2}$ B) $17\sqrt{2}$ C) 18 D) $18\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{5}$

2. Yandaki şekilde, $|AD| = 8$, $|AB| = 4$ ve $m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$ olup,

$$|BC| = |CD| = |DB|$$

'dir. Buna göre, $|AC|$ uzunluğunu bulunuz.

- A) $8\sqrt{2}$ B) 8 C) $6\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{5}$ E) 10



3. $x = 1111 \cdot 10^{11}$, $y = 77777 \cdot 10^5$ ve $z = 111111$ ise,

$$\sqrt[3]{\frac{x+y+z}{3}}$$

tamsayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 18 E) 19

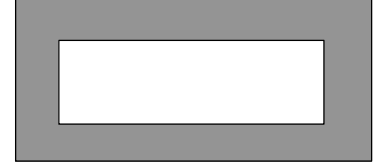
4. x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere, $x - y = 9$ ve $\text{OKEK}(x, y) = 10098$ olduğuna göre, $x + y$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 603 B) 540 C) 621 D) 594 E) 702



5. Pozitif bölenlerinin çarpımı 12^{90} olan sayının, pozitif bölenlerinin toplamı kaçtır?
A) 30855 B) 10200 C) 819 D) 61831 E) 3751

6. Alanı 50 br^2 den büyük olan dikdörtgen şeklindeki bölge, hepsinin kenar uzunluğu 1 br olan kare şeklindeki parkelerle döşenmiştir. Bölgenin sınırlarına siyah renkli kareler ve içine de beyaz renkli kareler kullanılmıştır. Siyah ve beyaz karelerin sayısı eşit ise, dikdörtgen bölgenin alanı kaç birim karedir?



- A) 52 B) 54 C) 56 D) 58 E) 60

7. Gökberk ve Tuğberk, $52!$ sayısının pozitif bölenlerinden rastgele birer tane seçip, seçtikleri bu iki pozitif bölgeni topluyorlar. Bu toplamın çift sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2026}{2401}$ B) $\frac{2210}{2401}$ C) $\frac{2305}{2401}$ D) $\frac{461}{500}$ E) $\frac{1201}{1250}$

8. $a_n = \frac{n^2+3}{n^2+n-3}$ genel terimiyle verilen a_n dizisi için, $K = \{a_i : i \in [1, 2018]\}$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2012 B) 2016 C) 2014 D) 2015 E) 2017



9. p, q ve r asal sayıları, $p + q = (p - q + r) r$ eşitliğini ve $p + q < 123$ eşitsizliğini sağlıyorlar. Buna göre, pqr çarpımının en büyük değerinin rakamları toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

10. $a < b < c$ sayıları, $x^3 - 3x^2 + (2 - m)x + m = 0$ denkleminin kökleri olsun.

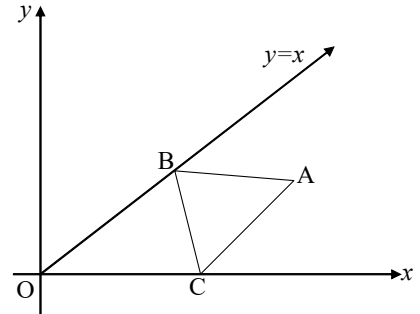
$$(a^2 - 4a - c^2)^2$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 49

11. $a > b > 0$ sayıları verilsin. Bir köşesi $y = x, x > 0$ ışını üzerinde, ikinci köşesi Ox ekseninde ve üçüncü köşesi de, koordinatları (a, b) olan A noktasında bulunan üçgenler içinde çevre uzunluğu en küçük olanın çevre uzunluğu 6 ise, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24



12. Bir $ABCD$ dörtyüzlüsünün kenarlarının uzunlukları küçükten büyüğe 8, 12, 19, 26, 35 ve 40 olarak verilmiştir. $|AB| = 40$ olduğu bilindiğine göre, $|CD|$ uzunluğu kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 19 D) 27 E) 35



13. 3×3 boyutlu tablonun hanelerine 1'den 9'a kadar tamsayılar, ardışık sayılar, komşu (ortak kenarı bulunan) hanelerde bulunacak şekilde kaç değişik biçimde yazılabilir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 54

14. 51, 52, 53, ..., 104 sayılarının en büyük tek sayı bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 1385 B) 2704 C) 2092 D) 2768 E) 2385

15. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin boş kümeden farklı her A altkümesinin en büyük elemanı ile en küçük elemanın farkına " A kümesinin boyu" diyelim. Buna göre, $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin boş kümeden farklı tüm altkümelerinin boyları toplamı kaçtır?

- A) 192 B) 201 C) 197 D) 207 E) 603

16. Negatif olmayan a_0, a_1, a_2, \dots dizisi, her $n = 0, 1, 2, \dots$ için,

$$\frac{1}{a_0^2 + a_0} + \frac{1}{a_1 + a_1^2} + \frac{1}{a_1^2 + a_1} + \frac{1}{a_2 + a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2 + a_n} + \frac{1}{a_{n+1} + a_{n+1}^2} = a_{n+1}$$

indirgemeli (yineleme) bağıntısını sağlasın. Buna göre, $a_8 = 2$ ise, a_{16} kaçtır?

- A) $\frac{4\sqrt[3]{2}}{3}$ B) $2\sqrt[3]{3}$ C) $4\sqrt[3]{2}$ D) $2\sqrt[3]{2}$ E) $2\sqrt{3}$





17. $\frac{n^{10} + n^9 + \dots + n^2 + n + 1}{n + 10}$ ifadesini tamsayı yapan en büyük n tamsayısı için, $\frac{n}{9}$ sayısının, 9'a bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 5 C) 0 D) 3 E) 4

18. Bir $n = b^4 + c^3 + d^2 + 9$ pozitif tamsayısının, bölenleri,

$$1 = a < b < c < d < \dots < n$$

şeklindedir. Bu koşulu sağlayan en küçük n sayısının kaç pozitif böleni vardır?

- A) 8 B) 12 C) 10 D) 16 E) 18

19. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $(5x^2 + 2y)$ ve $(5y^2 + 2x)$ sayılarının en büyüğünü $m(x; y)$ ile gösterelim. Yani, $m(x; y) = \max \{ (5x^2 + 2y); (5y^2 + 2x) \}$. Buna göre,

$$\frac{1}{5 \cdot m(x; y) + 4}$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$



20. $ABCDEF$ düzgün altıgen olsun. Altıgen içinde,

$$m(\widehat{ABP}) = m(\widehat{EFP}) = 55^\circ$$

olacak şekilde bir P noktası alınıyor. Buna göre, $B\widehat{A}P$ açısı kaç derecedir?

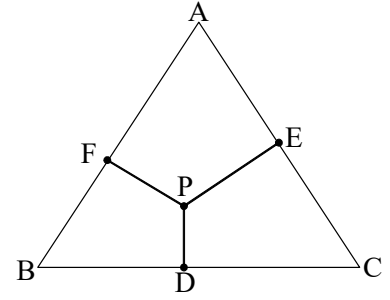
- A) 72 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

21. Kenarları $|AB| = 5$, $|BC| = 6$ ve $|CA| = 7$ olan bir ABC üçgeninin içinde bir P noktası alınıyor ve P noktasından, üçgenin $[BC]$, $[CA]$ ve $[AB]$ kenarlarına sırasıyla $[PD]$, $[PE]$ ve $[PF]$ dikmeleri çiziliyor. Buna göre,

$$\frac{|BC|}{|PD|} + \frac{|CA|}{|PE|} + \frac{|AB|}{|PF|}$$

toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 12 B) $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{6\sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{10\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{11\sqrt{6}}{2}$



22. Pozitif x, y ve z sayıları,

$$(x + y + z) + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + 6 = 2 \left(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1}\right)$$

denklemini sağlıyorsa, xyz çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 + \sqrt{2}$ B) $5 + 7\sqrt{2}$ C) $7 + 5\sqrt{2}$ D) $5 + 3\sqrt{2}$ E) $3 + 5\sqrt{2}$



23. $a_0 = 1$ ve her $n \in \mathbb{N}$ için,

$$a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

bağıntısıyla verilen a_n dizisi için, $\frac{a_{50}}{a_{100}}$ reel sayısının, virgülden sonraki ilk basamağı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 9 D) 3 E) 2

24. a, b ve c reel sayılar olmak üzere,

$$f(x) = \frac{a}{x^2+1} + \frac{b}{x^2+2} + \frac{c}{x^2+3} - \frac{1}{x^2}$$

fonksiyonu için, $f(1) = f(2) = f(3) = 0$ eşitlikleri sağlanmaktadır. Buna göre, $(m, n) = 1$ olmak üzere, $f(4) = \frac{m}{n}$ ise, m kaçtır?

- A) 36 B) 31 C) 35 D) 34 E) 38

25. $[0, 1]$ aralığında azalmayan olup, her $x \in [0, 1]$ için,

$$f(x) + f(1-x) = 1 \text{ ve } f(x) = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$$

koşullarını sağlayan bir f fonksiyonunun varlığını kabul edelim. $f\left(\frac{5}{8}\right)$ değeri kaçtır?

(Hatırlatma : $u \leq v$ olan her $u, v \in [0, 1]$ için, $f(u) \leq f(v)$ olursa, f fonksiyonuna azalmayan denir.)

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 4 E) $\frac{3}{4}$



	A GRUBU	
1	A	
2	D	
3	B	
4	A	
5	D	İPTAL
6	E	
7	E	
8	B	
9	A	
10	C	
11	D	
12	A	
13	C	
14	D	
15	B	
16	D	
17	E	
18	A	
19	D	
20	C	
21	B	
22	C	
23	E	
24	C	
25	A	

Teşekkür ederiz.

Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı, Akdeniz Üniversitesi SKSD Başkanlığı Matematik Topluluğu ve Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü tarafından, Konyaaltı Belediyesinin sponsorluğunda düzenlenmektedir.

