



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
24.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI

ADI SOYADI :

OKUL

ŞEHİR :SINIF :

İMZA :



SINAV TARİHİ VE SAATI : 28 Nisan 2019 - Pazar 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdınıza soru **kitapçığımızın türünü** işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarımızın sayısından **yanlış cevaplarımızın sayısının dörtte biri** düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. **Cep telefonu ile sınava girmek yasaktır.** Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Sınav süresi bitmeden çıkan öğrencilerin soru kitapçıkları toplanacaktır. Kitapçıkları **sınav bitiminde** sınıfınızdan alabilirsiniz.

Sınav Sorularının Yanıtları : Saat : 16.00'da <http://matolimp.akdeniz.edu.tr/> internet adresinden paylaşılacaktır.

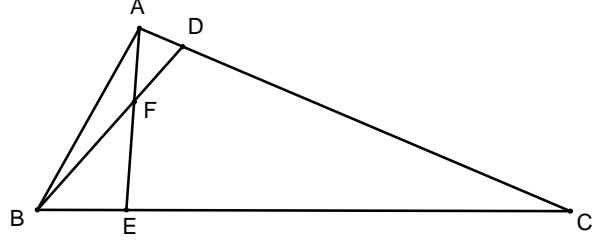
Madalya Töreni : 29 Nisan 2019 Pazartesi günü, saat 14:00'da Akdeniz Üniversitesi Hukuk Fakültesi Konferans Salonunda Yapılacaktır.

1. Yandaki $\triangle ABC$ üçgeninin, iç bölgesindeki üçgenlerin alanları,

$$A(AFD) = 1, A(ABF) = 2, A(BEF) = 3$$

olarak veriliyor. Buna göre, $CDFE$ dörtgeninin alanı kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 21 D) 22 E) 25



2. Sıfırdan farklı x ve y reel sayıları, $x^4 = 2y^4 + x^2y^2$ eşitliğini sağlıyorsa, $\frac{7x^2+4y^2}{2x^2-y^2}$ oranının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. a_n ve b_n , $x^2 + 2(4n - 1)x + 4n^2 = 0$ denkleminin kökleridir. Buna göre,

$$S = \frac{2}{(a_3+1)(b_3+1)} + \frac{2}{(a_4+1)(b_4+1)} + \cdots + \frac{2}{(a_{20}+1)(b_{20}+1)}$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{37}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{13}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{14}{5}$

4. $A = \binom{6}{6} \binom{12}{6} \binom{18}{6} \cdots \binom{180}{6}$ ve $B = \binom{8}{6} \binom{14}{6} \binom{20}{6} \cdots \binom{182}{6}$ olmak üzere,

$$\frac{101 \cdot B}{181 \cdot A}$$

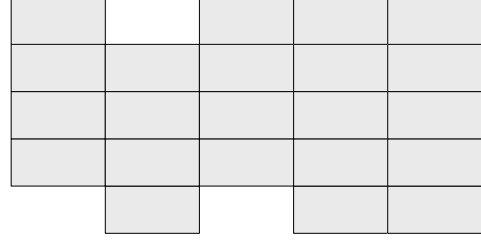
ifadesinin bir pozitif tamsayı olduğu biliniyorsa, bu tamsayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 23 D) 21 E) 20



5. Yandaki şekilde kaç dikdörtgen vardır?

- A) 135 B) 137
C) 142 D) 140
E) 132



6. Oğuz, öğretmenin telefon numarasını bir kağıda yazıyor ve cebine koyuyor. Fakat, kağıdı cebinden çıkardığında, şekildeki gibi altı rakamın tamamen silindiğini görüyor.

505 *****0

Hatırladığı tek şey, telefon numarasındaki bulunan her bir rakamın en az iki kez bulunduğu. Ayrıca, Oğuz silinen yerdeki rakamların 0,5,6,7,8 olmadığına ve tamamının da aynı rakam olmadığına da kesinlikle emindir. Buna göre, Oğuz'un öğretmenin telefon numarası kaç farklı numara olabilir?

- A) 1400 B) 3600 C) 1800 D) 2800 E) 5900

7. n ve $n + 1$ sayılarının her ikisinin de rakamları toplamı 80 ile bölünebilmektedir. Bu koşulu sağlayan en küçük n sayısının 11'e bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 7 D) 0 E) 2

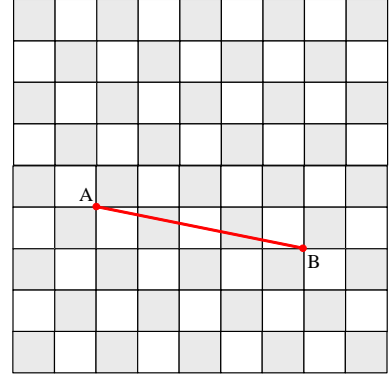
8. $|AB| = |BC|$ ve $\angle ABC = 84^\circ$ olan ikizkenar $\triangle ABC$ üçgeninin içinde, $\angle DCA = 30^\circ$ ve $\angle DAC = 12^\circ$ olacak şekilde bir D noktası alınıyor. Buna göre, $\angle ADB$ açısı kaç derecedir?

- A) 60° B) 64° C) 70° D) 72° E) 80°



9. Gökhan, eş karelerden oluşan 9×9 bir dama tahtasına, köşeleri, karelerin köşeleri olacak şekilde bir $\triangle ABC$ üçgeni çizecektir. $\triangle ABC$ üçgeninin, $[AB]$ kenarı şekildeki gibi seçiliyor. Gökhan'ın çizdiği $\triangle ABC$ üçgeninin dar açılı olma olasılığı kaçtır? (Not : Tüm açıları 90° 'den küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir.)

- A) $\frac{8}{49}$ B) $\frac{10}{49}$ C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{23}{98}$



10. Rakamlarından herhangi biri, diğerlerine bölünemeyecek şekilde beş basamaklı kaç sayı vardır?

- A) 100 B) 120 C) 240 D) 180 E) 280

11. $a_1 = 7$, $a_2 = 15$ olmak üzere, $n \geq 1$ için,

$$a_{n+2} = -\frac{1}{a_{n+1}} + a_n$$

şeklinde tanımlanmış bir sonlu dizinin kaçınıcı terimi sıfırdır?

- A) 107 B) 106 C) 105 D) 108 E) 110

12. Bir pozitif tamsayı, rakamlar toplamı birbirine eşit olan iki sayının yanyana yazılmasıyla elde edilebiliyorsa bu sayıya dengeli sayı diyelim. Örneğin; 55 ($5 = 5$), 123 ($1 + 2 = 3$), 321 ($3 = 2 + 1$), 9788 ($9 + 7 = 8 + 8$) birer dengeli sayıdırlar. Buna göre kendisi ve ardışığı dengeli olan dört basamaklı en küçük sayının 13 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 11 C) 5 D) 8 E) 10



13. $P(x)$, n -inci dereceden ve tamsayı katsayılı bir polinom olmak üzere, $P(0) = 1809$ olsun. Farklı x_1, x_2, \dots, x_n tamsayıları için,

$$P(x_1) = P(x_2) = \dots = P(x_n) = 2019$$

ise n sayısının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 3

14. x, y pozitif tamsayıları için, $\frac{20}{107} < \frac{x}{y} < \frac{19}{100}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük y tamsayısının rakamları toplamı kaçtır?

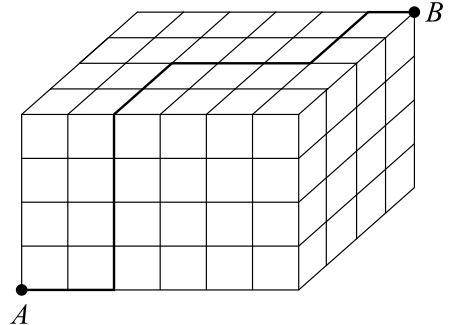
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

15. $x, y > 0$ olmak üzere, $x^2 + y^2 = 8$ ise, $S = (xy)^3(x - y)^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 72 B) 48 C) 56 D) 64 E) 54

16. Yandaki dikdörtgenler prizması eş birim küplerden oluşturulmuştur. Küplerin köşeleri olan herhangi iki nokta arasındaki uzaklık, bu noktaları kenarlar boyunca birbirine bağlayan en kısa yolun uzunluğudur. Örneğin, şekildeki A ve B noktaları arasındaki uzaklık 14 br dir. Buna göre, A ve B noktalarına eşit uzaklıkta bulunan ve her biri bir küpün köşesi olan kaç nokta vardır?

- A) 9 B) 13 C) 18 D) 23 E) 28





17. Herhangi bir A tamsayı kümesinin en büyük elemanına, kümenin *lideri* diyelim ve $\mathcal{L}(A)$ ile gösterelim. A kümesinin eleman sayısının 2 fazlasına da kümenin *gücü* diyelim ve $\mathcal{G}(A)$ ile gösterelim. Buna göre,

$$A \subset \{1, 2, 3, \dots, 11\} \text{ ve } A \neq \emptyset$$

olmak üzere, $\mathcal{L}(A)$ değeri, $\mathcal{G}(A)$ değerinden büyük olmayacak şekilde kaç A kümesi vardır?

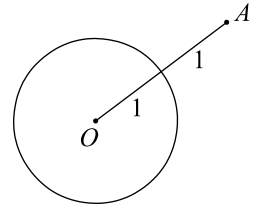
- A) 220 B) 231 C) 219 D) 224 E) 222

18. Bir kenarının uzunluğu 4 br olan bir $\triangle ABC$ eşkenar üçgeninin B ve C köşeleri, yarıçapı 3 br olan bir çember üzerindedir. Bir köşesi A noktasında, diğer iki köşesi yine bu çember üzerinde olan, $\triangle ABC$ üçgeninden farklı bir eşkenar üçgenin kenar uzunluğunun olabileceği değerler toplamı nedir?

- A) $8\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{10}$

19. Yandaki şekilde, O merkezli ve 1 br yarıçaplı C çemberi ve $|OA| = 2$ br olacak şekilde bir A noktası verilmiştir. A noktasından geçen, merkezi C çemberi üzerinde ve C çemberine teğet olan çemberin, C çemberine değme noktası T olsun. $|AT|$ uzunluğu kaç birimdir?

- A) 3 B) $\sqrt{7}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$





20. m ve n pozitif tamsayılarının en büyük ortak bölenini (m, n) ile gösterelim. Buna göre,

$$(1, 120) + (2, 120) + (3, 120) + (4, 120) + \dots + (120, 120)$$

toplamı kaçtır?

- A) 960 B) 600 C) 720 D) 900 E) 810

21. Berk, öğleden sonra 5 ile 6 arasında evden çıkıyor ve 6 ile 7 arasında eve geri dönüyor. Saatine baktığında ise, evden çıkış ve dönüş saatlerinde akrep ile yelkovanın tamamen yer değiştirmiş olduğunu görüyor. m ve n aralarında asal pozitif tamsayılar olmak üzere, Berk'in evden çıkış saati $5 + \frac{m}{n}$ ise, $5n + m$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 72 B) 794 C) 768 D) 71 E) 61



22. $b = a + 1$ olmak üzere, her $a \in \mathbb{R}$ için sağlanan

$$1 - a + a^2 - a^3 + \dots + a^{20} - a^{21} = c_{21} b^{21} + c_{20} b^{20} + \dots + c_2 b^2 + c_1 b^1 + c_0$$

eşitliğinde c_2 katsayısı kaçtır?

- A) 1020 B) 1200 C) 1580 D) 1420 E) 1540



23. Antalya'dan İstanbul'a giden A, B, C ve D otobüsleri, sabit hızla molasız yolculuk yapmaktadır. A otobüsü, B, C ve D otobüsleri ile, sırasıyla, saat 09:00, 10:00 ve 11:00'de yanyana gelmiştir. Diğer taraftan, D otobüsü de B ve C ile sırasıyla 13:00 ve 15:00'da yanyana gelmiştir. Buna göre, B'nin C ile yanyana geldiği saat kaçtır? (Not: Otobüsler aynı anda yolculuğa başlamak zorunda değildir. Yanyana gelmeler aynı gün içerisinde gerçekleşmiştir.)

- A) 12 : 20 B) 10 : 40 C) 11 : 20 D) 12 : 00 E) 11 : 40

24. $f(1) = 1$ ve her n pozitif tamsayısı için,

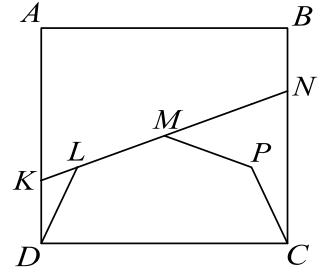
$$f(2n) = f(n), \quad f(2n + 1) = f(n) + 1$$

olduğuna göre, $f(2^{2019} - 1019)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2013 B) 2018 C) 2017 D) 2011 E) 2021

25. Yandaki şekilde $ABCD$ bir kare, K, L, M, N noktaları doğrusal ve D, L, M, P, C noktaları bir düzgün sekizgenin ardışık köşeleridir. $|KD| = 1$ br ise $ABNK$ dörtgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A) $2 + 2\sqrt{2}$ B) $3 + 2\sqrt{2}$ C) $4 + 2\sqrt{2}$
D) $5 + 2\sqrt{2}$ E) $6 + 2\sqrt{2}$





A GRUBU 2019

1	A
2	C
3	C
4	E
5	B
6	A
7	E
8	D
9	D
10	C
11	A
12	A
13	D
14	C
15	E
16	D
17	B
18	B
19	C
20	D
21	A
22	E
23	E
24	D
25	B

B GRUBU 2019

1	D
2	E
3	B
4	A
5	E
6	C
7	A
8	D
9	C
10	A
11	B
12	B
13	C
14	A
15	D
16	E
17	E
18	C
19	D
20	B
21	C
22	D
23	C
24	E
25	B

Teşekkür ederiz.

Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı, Akdeniz Üniversitesi SKSD Başkanlığı Matematik Topluluğu ve Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü tarafından, Konyaaltı Belediyesinin sponsorluğunda düzenlenmektedir.

